

Η ΛΟΓΙΚΗ

By Foibos100

*Ο άνθρωπος είναι ένα λογικό ζώο.
Αριστοτέλης*

*Η απειλή του σκεπτικισμού διατηρεί τη θεωρία της γνώσης.
Barry Stroud*

Η περίφημη Λογική, που μας διακρίνει από τα ζώα, προσδίδοντάς μας μια ξεχωριστή, ηγετική υποτίθεται, θέση στα βασίλεια της φύσης, την οποία οι αδαείς σέβονται και φοβούνται, οι κατακτητές της περιγελούν και οι ημιμαθείς λάτρεις της προσκυνούν, έχει πολλούς και διάφορους ορισμούς και χρήσεις, ανάλογα με το πεδίο στο οποίο εφαρμόζεται.

Στην ρητορική είναι η **τέχνη της πειθούς**, ο «δυναστικός», σύμφωνα με τον Γοργία, λόγος που επιβάλλει τις απόψεις του, υποστηρίζοντας το ίδιο ισχυρά, τόσο τη θέση όσο και την αντίθεση και ποιώντας κατά το δοκούν και τα εκάστοτε συμφέροντά του «κρείττονα τον ήττονα λόγον»...

Στην εξουσία είναι το **επιχείρημα της δύναμης** (Ad Baculum), προσφιλούς μεθόδου των απολυταρχικών και ολοκληρωτικών καθεστώτων, αλλά και του ίδιου του αστικού κράτους με τους μηχανισμούς καταστολής του. Το συμπέρασμα εδώ γίνεται αποδεκτό απλά και μόνο κάτω από την απειλή της βίας.

Στη θρησκεία είναι τα επιχειρήματα της «**πίστης**», του **δέους**, της **άγνοιας**, του «**μυστηρίου**» ή του μεταφυσικού **φόβου για το άγνωστο** και της «**θείας τιμωρίας**» ή **ανταμοιβής**...

Στη νοητική ανεπάρκεια είναι το επιχείρημα του **ad hominem** ή «**εναντίον του ανθρώπου**», εναντίον του κύρους ή των μειωτικών χαρακτηριστικών κάποιου, για να αποδειχθεί τάχα μέσω αυτών και η ελαττωματική συλλογιστική του..

Στην αφέλεια και αδαημοσύνη είναι το επιχείρημα της «**αυθεντίας**», το αντίθετο ακριβώς του Ad Hominem, ο ισχυρισμός ότι κάθε τι που λέγεται από ένα «αξιόπιστο» άτομο, με κύρος ή «αυθεντία» είναι δήθεν ορθό.

Στη Φιλοσοφία η Λογική, στενά συνδεδεμένη με το «Λόγο», με τον οποίο έχει την ίδια ετυμολογική προέλευση, ίσως και απαρχή, αποτελεί το όργανο μελέτης της φύσης για την ανακάλυψη των νόμων της δημιουργίας και της ύπαρξης. Όπως επισημαίνει ο Καντ, είναι η ικανότητά μας να συνθέτουμε σε μια ενότητα, με βάση ορισμένες αρχές, τις διάφορες έννοιες που μας παρέχει ο νους μας.

Για τον θεμελιωτή της δυτικής Λογικής Αριστοτέλη, ο σκοπός της Λογικής είναι να εξετάσει τους όρους και τα είδη του σωστού συλλογισμού και να

καθορίσει τους νόμους και τους κανόνες με τους οποίους πρέπει να συλλογιζόμαστε στην αναζήτηση της Αλήθειας.

Σύμφωνα με την Τυπική Λογική του Αριστοτέλη **πρόταση είναι κάθε έκφραση που μπορεί να χαρακτηριστεί σαν αληθινή ή ψευδής.**

Ο ορισμός αυτός εξυπακούει άμεσα την ύπαρξη μιας Αλήθειας ή Αντικειμενικής Πραγματικότητας, την οποία μπορεί να φθάσει ο άνθρωπος με το σωστό συλλογισμό, αποφεύγοντας τα λάθη και τις αντιφάσεις.

Την άποψη όμως αυτή δεν τη δέχονται όλοι.

Ήδη από την αρχαιότητα οι Σοφιστές αρνούσαν την ύπαρξη αυτή της αντικειμενικής πραγματικότητας και θεωρούσαν την αλήθεια σαν ένα καθαρά υποκειμενικό φαινόμενο.

Σύμφωνα με τον Πρωταγόρα το μέτρο για όλα τα πράγματα είναι ο ίδιος ο άνθρωπος ("Πάντων χρημάτων μέτρον ἐστὶ ἄνθρωπος") και για κάθε πράγμα υπάρχουν πάντοτε δυο αντίθετες, εξίσου ισχυρές γνώμες, από τις οποίες καμιά δεν μπορεί να θεωρηθεί σαν καλύτερη από την άλλη.

Με άλλα λόγια κατ' αυτόν **όλες οι προτάσεις είναι αληθινές.**

Από την άλλη μεριά, σύμφωνα με τον Αναξαγόρα, **όλες οι προτάσεις είναι ψευδείς.**

Αυτές οι δυο απόψεις αντιμάχονταν από παλιά τις βασικές αρχές της Λογικής του Αριστοτέλη και μας θυμίζουν τις δυο σύγχρονες ερμηνείες της κβαντικής φυσικής: την ερμηνεία της Κοπεγχάγης, σύμφωνα με την οποία **τίποτα δεν είναι πραγματικό, μέχρι να παρατηρηθεί**, και την ερμηνεία των πολλαπλών κόσμων, σύμφωνα με την οποία **όλα είναι πραγματικά και πραγματοποιούνται σε μια απειρία παράλληλων κόσμων** (που δεν μπορούν όμως να επικοινωνήσουν μεταξύ τους).

Η υπόθεση για την ύπαρξη μιας αντικειμενικής πραγματικότητας έγινε πλήρως αποδεκτή από τη δυτική σκέψη, η οποία εστιάστηκε έτσι στην αποκάλυψή της μέσω της επιστήμης και της φιλοσοφίας.

Είναι γεγονός ότι η Δυτική επιστήμη δε θα μπορούσε να είχε αναπτυχθεί με τον τρόπο που αναπτύχθηκε, χωρίς αυτή την πίστη της για την ύπαρξη μιας Αλήθειας πίσω από τα φαινόμενα και ενός πέπλου ψευδών συλλογισμών το οποίο πρέπει να ανασυρθεί για την αποκάλυψή της – παραβάτε εδώ την ιδέα της Αποκεκαλυμμένης Ίσιδας:

Εγώ ειμί παν το γεγονός και το ον και το εσόμενον και το εμόν πέπλον ουδείς πω θνητός απεκάλυπεν.

Αλλά όπως είπαμε δε δέχονται όλη την ισχύ αυτής της υπόθεσης (ούτε κι εγώ) και πολλά θα μπορούσαμε να συζητήσουμε πάνω σε αυτό, αλλά δεν είναι τώρα το αντικείμενό μας.

Η Τυπική Λογική λοιπόν του Αριστοτέλη ξεκινά με ένα σαφή δυισμό: ψέμα και αλήθεια – μια άλλη όψη του «καλού» και «κακού» γι' αυτό και από την αρχή της, απ' αυτήν ακριβώς την πρώτη αρχική της πρόταση εγείρει πολλά ερωτήματα και αμφισβητήσεις.

Ο σκοπός μας όμως είναι να την μάθουμε και μάλιστα πολύ καλά και όχι να της αντιτεθούμε από την αρχή, προτού καν αυτή δομηθεί.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΦΑΣΗΣ

*Αντιφάσκω με τον εαυτό μου;
Πολύ καλά... Αντιφάσκω.. Είμαι Μεγάλος...
περιλαμβάνω Πλήθη μέσα μου...*

Walt Whitman, "Το Τραγούδι του Εαυτού μου»

Άμεση συνέπεια του προηγούμενου ορισμού της πρότασης είναι ο ακρογωνιαίος λίθος της Αριστοτέλειας Δυτικής λογικής: ο **Νόμος της Αντίφασης** ή όπως τον παραθέτει ο Αριστοτέλης:

Είναι αδύνατο ο ίδιος προσδιορισμός να αποδίδεται και να μην αποδίδεται στο ίδιο πράγμα την ίδια χρονική στιγμή και από την ίδια άποψη.

Σύμφωνα με αυτό το νόμο ένα πράγμα δεν μπορεί να αντιφάσκει με τον εαυτό του, να είναι δηλαδή συγχρόνως ίδιο και όχι ίδιο με τον εαυτό του. Το A δεν μπορεί να είναι συγχρόνως A και όχι A, το τραπέζι να είναι συγχρόνως τραπέζι και όχι τραπέζι κ.ο.κ.

Είδαμε ότι ο Πρωταγόρας αρνιόταν την ισχύ του νόμου της αντίφασης και πίστευε ότι όλες οι γνώμες και οι αισθήσεις των ανθρώπων είναι αληθινές. Ο Αριστοτέλης κριτικάροντας αυτή την άποψη λέει ότι, αφού συμβαίνει διάφοροι άνθρωποι να έχουν για το ίδιο πράγμα αντίθετες γνώμες, θα πρέπει η ίδια η γνώμη να είναι συγχρόνως και αληθινή και ψευδής κι επομένως **η αλήθεια να είναι κάτι το τελείως σχετικό και υποκειμενικό**. Οδηγούμαστε όμως έτσι σ' έναν **άκρατο υποκειμενισμό που απορρίπτει την ουσιαστικότητα των πραγμάτων**.

Αν θεωρήσουμε, συνεχίσει ο Αριστοτέλης, ότι η μοναδική πηγή των απόψεών μας είναι το υποκείμενο, **είμαστε αναγκασμένοι να δεχθούμε ότι όλα τα όντα είναι υποκειμενικά**. Οι θεωρίες έτσι αυτές **καταλήγουν στον απόλυτο υποκειμενισμό και τελικά στο μηδενισμό και στην αυτοαναιρέσή τους**.

Γιατί **αν δεχθούμε, συνεχίζει, ότι καμιά πρόταση δεν μπορεί να είναι αντικειμενικά αληθινή, δε θα είναι αληθινή και αυτή η πρόταση που λέει ότι δεν ισχύει ο νόμος της αντίφασης**. Εδώ κάτι πάει να μας πει και θέλει περισσότερη σκέψη να τον αντιμετωπίσουμε. Μπορείτε; Καλό είναι για εξάσκηση. Για να βοηθήσω λιγάκι το να μην είναι κάτι αληθινό δε

σημαίνει ότι είναι αναγκαστικό ψεύτικο – Αυτό ισχύει μόνον άμα δεχτείς αργiori τον Αριστοτελικό δυισμό ότι δεν υπάρχει κανένας άλλος προσδιορισμός σε μια λογική πρόταση πλην της αλήθειας και του ψεύδους!

Εδώ σα μια αντιπαραβολή, σας πληροφορώ ότι η αρχαία Ινδική Λογική περιελάμβανε όχι 2, αλλά 4 δυνατότητες: Μια πρόταση μπορεί να είναι αληθινή και μόνον αληθινή, μπορεί να είναι ψεύτικη και μόνον ψεύτικη, μπορεί να μην είναι ούτε αληθινή ούτε ψεύτικη και μπορεί να είναι συγχρόνως αληθινή και ψεύτικη. Αυτό είναι το περίφημο **τετράλημμα** της Ινδικής φιλοσοφίας!

Και για να το προχωρήσουμε ακόμα περισσότερο μερικοί Βουδιστές φιλόσοφοι υποστήριξαν αργότερα ότι για μερικά ζητήματα, μπορούν να ισχύουν όλες ή καμία από αυτές τις τέσσερις δυνατότητες!

Παράλογο ε; ΕΙΣΤΕ ΣΙΓΟΥΡΟΙ;

Ο Αριστοτέλης εξέτασε επίσης τον λόγο που ο Πρωταγόρας και οι υποστηρικτές του έφτασαν σε μια τέτοια άποψη. Κατά τη γνώμη του αυτό συνέβη γιατί διάφορα πράγματα με την πάροδο του χρόνου μετατρέπονται στα αντίθετά τους: ο νέος γίνεται γέρος και το σκληρό αντικείμενο μαλακό. Αφού **τίποτα δε γεννιέται από το μηδέν**, θα πρέπει αυτές οι αντιθέσεις να προϋπήρχαν μέσα στα πράγματα από τα οποία προήλθαν. Εδώ όμως συγχέεται η έννοια του "εν δυνάμει όντος" με αυτή του "εν ενεργεία όντος". Κανένα αντικείμενο δεν εμφανίζει ποτέ στην ενεργητική του κατάσταση δύο αντίθετες ιδιότητες, αλλά τις περιέχει μόνο δυναμικά.

Ο Αριστοτέλης εισήγαγε στη φιλοσοφία τους δυο αντιθετικούς όρους "εν δυνάμει ον και "εν ενεργεία ον", οι οποίοι χρησιμοποιούνται ακόμα και σήμερα. Με το "εν δυνάμει ον" εννοεί ένα πράγμα στο οποίο υπάρχει σε λανθάνουσα κατάσταση, μια δυναμική ικανότητα, η οποία μπορεί να το προάγει σε ανάπτυξη. Το παιδί που μπορεί να γίνει μαθηματικός είναι ένας "εν δυνάμει" μαθηματικός. Όταν σπουδάσει και γίνει μαθηματικός, τότε λέμε ότι είναι "εν ενεργεία" μαθηματικός. Παρόμοια το μάρμαρο του καλλιτέχνη είναι ένας "εν δυνάμει" ανδριάντας, μέχρι αυτός να το σμιλεύσει και να γίνει ένας "εν ενεργεία" ανδριάντας κ.λ.π. Όταν σε ένα ον αναπτυχθούν όλες οι λανθάνουσες ικανότητές του και φθάσει αυτό στην πλήρη του ανάπτυξη, τότε λέμε ότι έχει φτάσει στη κατάσταση της "εντελέχειας", δηλαδή της τέλει ανάπτυξής του. Οφείλουμε λοιπόν να αναγνωρίσουμε στα πράγματα την ύπαρξη λανθανουσών τάσεων, προδιαθέσεων και ικανοτήτων που επιδέχονται ανάπτυξη. Με αυτό τον τρόπο τίθεται η βάση για την εξελικτική θεωρία του σύμπαντος.

Ένας δεύτερος λόγος για τον οποίο δημιουργείται αυτή η άποψη είναι η μεταβολή και αστάθεια που παρουσιάζουν όλα τα αισθητά αντικείμενα. Αυτό παρακίνησε πολλούς φιλοσόφους να συμπεράνουν ότι δεν υπάρχει τίποτα σταθερό στο σύμπαν. Συγχέουν όμως έτσι την αίσθηση με τη νόηση και δέχονται μόνο την ύπαρξη του αισθητού κόσμου, ο οποίος δεν είναι παρά ένα μικρό μόνο κομμάτι του Όλου. Ξεχνούν ότι όσο και αν η αίσθηση μας δίνει αληθινά δεδομένα, η φαντασία μας δεν είναι αλάνθαστη. Τα σφάλματα και οι διαφορές προέρχονται από την κακή ερμηνεία των δεδομένων των αισθήσεων μας, ή από την αλλαγή που συμβαίνει στα

πράγματα, ή τέλος από την αλλαγή του ίδιου του υποκειμένου που τα αντιλαμβάνεται.

Δε θα επιμείνω σε πολλά περισσότερα εδώ, απλά θα ισχυροποιήσω περισσότερο το Νόμο της Αντίφασης χρησιμοποιώντας τους «πίνακες αληθείας της μαθηματικής λογικής».

Θα συμβολίσουμε για λόγους οικονομίας και γρηγορότερης σκέψης μια πρόταση με το αγγλικό γράμμα p και την άρνησή της με το σύμβολο $\neg p$ που διαβάζεται "όχι p ". Η άρνηση αυτής μιας οποιασδήποτε πρότασης p ορίζεται να είναι αληθής όταν η πρόταση p είναι ψευδής και ψευδής όταν η πρόταση p είναι αληθής. Δηλαδή:

P	$\neg P$
A	Ψ
Ψ	A

Οι δύο λοιπόν αυτές προτάσεις παίρνουν αντίθετες ακριβώς «τιμές αληθείας», όπως τις ονομάζουμε. Όταν η μία είναι A (αληθής) η άλλη είναι Ψ (ψευδής) και αντίστροφα. Αυτό είναι λογικότατο, αφού η Λογική μας είναι Διαρχική ή αλλιώς **δισήμαντη** (λαμβάνει δηλαδή δύο μόνον δυνατές τιμές, την αλήθεια X και το ψεύδος Ψ).

Ας ορίσουμε τώρα μια λογική πράξη μεταξύ των δύο αυτών προτάσεων P και $\neg P$, την οποία θα ονομάσουμε σύζευξη και θα τη συμβολίσουμε με το σύμβολο \wedge . Θα ορίσουμε δηλαδή τη λογική πράξη $P \wedge (\neg P)$, την οποία διαβάζουμε σαν "P **και** όχι P". Αυτό το «**και**» αντιστοιχεί στον τελεστή της σύζευξης \wedge , τον οποίο όπου τον βλέπουμε θα τον διαβάζουμε ακριβώς έτσι, δηλαδή σαν «και».

Γενικά ορίζουμε λοιπόν τη **σύζευξη δύο προτάσεων** $p \wedge q$ έτσι ώστε αυτή (η σύζευξη) να είναι αληθής μόνον όταν και οι δυο προτάσεις p και q είναι αληθείς και ψευδής σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση. Δηλαδή:

P	Q	$P \wedge Q$
A	A	A
A	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ
Ψ	Ψ	Ψ

Εδώ στις δυο πρώτες στήλες του παραπάνω πίνακα έχουμε βάλλει όλους τους δυνατούς (4) συνδυασμούς αληθείας A και ψεύδους Ψ των προτάσεων P και Q , ενώ στην τρίτη στήλη έχουμε βάλλει τις τιμές αληθείας της πρότασης $P \wedge Q$ για κάθε μία από αυτές τις τέσσερες περιπτώσεις.

Ο παραπάνω πίνακας λέγεται **Πίνακας Αληθείας της Σύζευξης**

Προφανώς είναι λογικό να ορίσουμε τη σύζευξη δυο προτάσεων να είναι αληθινή μόνον όταν αυτές συναληθεύουν και ψευδής σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση. Καμιά διαφωνία σε αυτό, σύμφωνα με τη λογική που ακολουθούμε.

Ας κάνουμε τώρα τη σύζευξη όχι δυο οποιωνδήποτε προτάσεων P και Q , αλλά τη σύζευξη μιας πρότασης P με την άρνησή της $\neg P$. Θα πάρουμε τότε τον παρακάτω πίνακα αληθείας:

P	$\neg P$	$P \wedge (\neg P)$
A	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ

Εδώ έχουμε μόνο δύο δυνατές περιπτώσεις να εξετάσουμε και παρατηρούμε και για τις δυο το αποτέλεσμα της σύζευξης είναι πάντα ψέμα Ψ , δηλαδή όπως λέμε στη Λογική μια **ψευδολογία**.

Αυτή είναι φίλοι μου η μαθηματική παρουσίαση (και απόδειξη) του Νόμου της Αντίφασης του Αριστοτέλη, που δείχνει ότι η σύζευξη μιας πρότασης με την άρνησή της **είναι πάντα ψευδής**. Δεν μπορεί επομένως ένα πράγμα να είναι και να μην είναι συγχρόνως κάτι! Να η μαθηματική του απόδειξη! Θα είναι είτε A είτε όχι A και τίποτε άλλο πέρα από αυτά τα δυο (με άλλα λόγια δεν μπορεί να είναι συγχρόνως A και όχι A, το απαγορεύει ρητά ο Νόμος της Αντίφασης!).

Ας συμπληρώσουμε τώρα το Νόμο της Αντίφασης στη σύγχρονη μορφή του που εκφράζεται σαν **ο Νόμος της Μη Αντίφασης**. Προς το σκοπό αυτό θα συμπληρώσουμε τις τρεις προηγούμενες στήλες με μια τέταρτη, **την άρνηση της σύζευξης της P με την $\neg P$** :

P	$\neg P$	$P \wedge (\neg P)$	$\neg (P \wedge (\neg P))$
A	Ψ	Ψ	A
Ψ	A	Ψ	A

Παρατηρούμε ότι η άρνηση αυτής της σύζευξης των αντιφατικών προτάσεων P και $\neg P$ είναι πάντα αληθής, αποτελεί όπως λέμε στη Λογική μια **Ταυτολογία**.

Αυτό ακριβώς θα είναι όλοι οι νόμοι της Λογικής που θα εξετάσουμε: ταυτολογίες, θα σχύουν δηλαδή παντού, σε όλες τις περιπτώσεις, χωρίς καμιά εξαίρεση και γι' αυτό ακριβώς ονομάζονται **Νόμοι της Λογικής**.

Ο παραπάνω Νόμος της Μη Αντίφασης, αν και απλός και για τους περισσότερους οφθαλμοφανής είναι η βάση και το θεμέλιο της Τυπικής Αριστοτελικής Λογικής.

Όλοι λοιπόν οι Νόμοι της λογικής που θα αποδείξουμε στη συνέχεια θα είναι ταυτολογίες και θα μας θαμπώσουν με την ομορφιά και «συνέπειά» τους.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΣ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ

Ας προχωρήσουμε τώρα στο δεύτερο θεμελιώδη νόμο της Αριστοτέλειας λογικής που δεν είναι παρά μια άλλη απόδοση του Νόμου της Μη-Αντίφασης, δηλαδή στο Νόμο της Αποκλίσεως του Τρίτου.

Γ. Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΟΚΛΙΣΕΩΣ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ

Σύμφωνα με τον ίδιο τον Αριστοτέλη:

Αλλά βέβαια δεν είναι δυνατόν να υπάρχει κάτι ανάμεσα στα δυο μέλη της αντίφασης. Αντίθετα, είμαστε αναγκασμένοι να εκφράσουμε για ένα πράγμα ή μια βεβαίωση, ή μια άρνηση.

Με άλλα λόγια δεν μπορούν δυο αντιφατικές έννοιες που αναφέρονται στο ίδιο πράγμα να είναι και οι δυο ψευδείς. Αν η μία είναι ψευδής, η αντίθετή της θα είναι αληθινή. Αποκλείεται να υπάρχει ένα τρίτο πράγμα ανάμεσα στην αλήθεια και στο ψεύδος στα δυο μέλη αυτής της αντίφασης. Μεταξύ δύο αντίθετων κατηγορουμένων, μόνο το ένα ανήκει στο υποκείμενο, κάθε τρίτο αποκλείεται. Ένα πράγμα θα είναι είτε A είτε όχι A και τίποτα άλλο από αυτά!

Ο Αριστοτέλης υποστηρίζοντας αυτό το νόμο λέει ότι αν υπάρχει ανάμεσα στα δυο μέλη μιας αντίφασης ένα τρίτο πράγμα, τότε θα υπάρχει και ένα τρίτο πράγμα ανάμεσα στο όν και στο μη όν κι ένα είδος μεταβολής που δε θα είναι ούτε γέννηση ούτε φθορά. Εκτός απ' αυτό θα συμβεί κι ένας άπειρος πολλαπλασιασμός των όντων, γιατί αν μεταξύ του A και του όχι A υπάρχει το B, το οποίο δεν είναι ούτε A ούτε όχι A, τότε θα υπάρχει κι ένα Γ που δε θα είναι ούτε B ούτε όχι B κ.ο.κ.

Επειδή ο Ηράκλειτος αρνήθηκε αυτή την αρχή λέγοντας ότι όλα τα πράγματα **και είναι και δεν είναι**, έφτασε στο συμπέρασμα ότι όλες οι προτάσεις είναι αληθινές. Από την άλλη μεριά ο Αναξαγόρας, επειδή δέχθηκε ότι υπάρχει κάτι τρίτο ανάμεσα στα μέλη μιας αντίφασης, έφτασε στο συμπέρασμα ότι όλες οι προτάσεις είναι ψευδείς. Έτσι όμως δεν μπορούμε να βεβαιώσουμε την αλήθεια κανενός πράγματος. Η μη παραδοχή του νόμου της αντίφασης και του νόμου της αποκλίσεως του τρίτου μας μπλέκει σε άλυτα λογικά παράδοξα, αναγκάζοντάς μας να δεχθούμε ότι όλες οι προτάσεις είναι αληθινές ή ότι όλες είναι ψευδείς. Οι απόψεις όμως αυτές, σύμφωνα με τον Αριστοτέλη, καταλήγουν στην αυτοαναιρέσή τους. Η μοίρα του σκεπτικισμού και του σχετικισμού είναι κατά τον Αριστοτέλη η αυτοαναιρέσή τους. Κάθε σχετικιστική ή

σκεπτικιστική έννοια που εφαρμόζει με συνέπεια τις αρχές της πάνω στον εαυτό της, ή αυτοαναιρείται, ή πέφτει σε μια ατέρμονη ακολουθία προτάσεων.

Πέρα από την οποιαδήποτε εκτενή επιχειρηματολογία μας εναντίον των φαινομενικά "λογικών" επιχειρημάτων του Αριστοτέλη, θα μπορούσαμε να σημειώσουμε τον απλό συλλογισμό ότι όταν η Τυπική Λογική μας λέει ότι το **Γένος** (π.χ. το ζώο) αποτελείται από **Είδη** διαφορετικά μεταξύ τους (όπως το άλογο, ο σκύλος, η γάτα, κ.λ.π.), είναι σα να παραδέχεται ότι η έννοια Γένος περιλαμβάνει μέσα της διαφορετικά στοιχεία, που το ένα αποκλείει το άλλο. Προσπαθώντας έτσι να ξεφύγουμε από την αντίφαση των δύο πρώτων νόμων πέφτουμε σε μια τρίτη αντίφαση. Γιατί ο νόμος της αποκλίσεως του τρίτου αναιρεί τους δύο προηγούμενους. **Όταν μας λέει να διαλέξουμε ανάμεσα σε δυο αντίθετα κατηγορήματα, τα οποία ανήκουν στο ίδιο υποκείμενο, είναι σα να ομολογεί έμμεσα ότι το υποκείμενο αυτό αποτελείται από αντιφατικά στοιχεία.** Με άλλα λόγια αυτό που λέμε **Ταυτότητα και Ετερότητα συνυπάρχουν στην ίδια έννοια, αποτελούν μια ενότητα, μια ενιαία έννοια και όχι δυο διαφορετικές.**

Ας είναι δε μας ενδιαφέρει εδώ η φιλοσοφία, όπως είπαμε. Θα «αποδείξουμε» τώρα μαθηματικά το Νόμο της Αποκλίσεως του Τρίτου. Προς το σκοπό αυτό θα ορίσουμε μια δεύτερη λογική πράξη μεταξύ δυο προτάσεων P και Q, τη **Διάζευξη**, την οποία θα συμβολίζουμε με το σύμβολο V και θα διαβάζουμε σαν «ή». **Η Διάζευξη** λοιπόν ορίζεται έτσι ώστε να **είναι αληθής μόνον όταν τουλάχιστον μια από τις δυο προτάσεις P και Q είναι αληθής**, σύμφωνα με τον παρακάτω πίνακα αληθείας:

P	Q	PVQ
A	A	A
A	Ψ	A
Ψ	A	A
Ψ	Ψ	Ψ

Κι επομένως είναι ψευδής (Ψ) **μόνον όταν και οι δυο προτάσεις είναι ψευδείς.**

Έχοντας ορίσει τη διάζευξη δύο προτάσεων, μπορούμε τώρα να πάρουμε τη διάζευξη μιας πρότασης P με την άρνησή της (-P) και να φτιάξουμε έτσι την πρόταση PV(-P), την οποία διαβάζουμε «**P ή όχι P**», η οποία θα **έχει τον παρακάτω πίνακα αληθείας:**

P	-P	PV(-P)
A	Ψ	A
Ψ	A	A

Και θα είναι μία ταυτολογία, οπότε και ένας **Νόμος της Λογικής**.

Αυτή φίλοι μου είναι η μαθηματική έκφραση, μέσω ενός πίνακα αληθείας, του **Νόμου της Αποκλίσεως του Τρίτου**. Τόσο αυτός ο Νόμος, όσο και ο Νόμος της Μη-Αντίφασης είναι **άμεση συνέπεια του διαχωρισμού των λογικών προτάσεων σε αληθείς και ψευδείς και τίποτε άλλο πέραν αυτού**.

Απλά σημειώνουμε ότι η σύγχρονη κβαντική φυσική είναι τελείως εναντίον του μέσω π.χ. των αντιφατικών της δηλώσεων ότι ένα ηλεκτρόνιο ή ένα φωτόνιο μπορεί να είναι συγχρόνως κύμα (απεριόριστο) και σωματίδιο (περιορισμένο) ή να υπάρχει και εδώ κι εκεί συγχρόνως κ.ο.κ. Τα ίδια ακριβώς (εναντίον του Νόμου της Αποκλίσεως του Τρίτου) υποστηρίζουν όλοι οι Μεγάλοι διαλεκτικοί φιλόσοφοι, όπως ο Ηράκλειτος και ο Χέγκελ. Στοχαστείτε μόνοι σας υπέρ και τα κατά αυτού του νόμου και απαντήστε με συνέπεια μέσα σας για την ουσιαστική ή όχι ισχύ του.

Πάντως πρέπει να ξέρετε ότι χωρίς την παραδοχή αυτού του νόμου δεν μπορεί να υπάρχει η γνωστή μας γυμνασιακή άλγεβρα! Για παράδειγμα στην αριθμητική χωρίζουμε τους ακέραιους αριθμούς σε άρτιους (ζυγούς) και περιττούς (μονούς) και δεχόμαστε με 100% βεβαιότητα ότι όταν ένας αριθμός δεν είναι άρτιος θα είναι αναγκαστικά περιττός και αν δεν είναι περιττός, θα είναι αναγκαστικά άρτιος. Διαφορετικά δε θα μπορούσαμε να κάνουμε πολλές από τις γνωστές αποδείξεις μας. Όλα τα γυμνασιακά μαθηματικά μας στηρίζονται, όπως θα δούμε, στην τυπική λογική.

Ο Νόμος της Μη Αντίφασης παρουσιάζεται στην παραδοσιακή Λογική σαν ένας **Υπερνόμος** που κυβερνά την πραγματικότητα στις πιο θεμελιώδεις όψεις της. Όπως το έθεσε ο Αριστοτέλης, αυτή η αρχή **ισχύει για την ύπαρξη καθεαυτή**.

Η Δυτική φιλοσοφική σκέψη τόσο πολύ αποδέχτηκε αυτό το νόμο και την καθολική του ισχύ, που πολλές φορές φιλόσοφοι διαβεβαίωσαν ότι **ακόμη και ο Θεός δεσμεύεται από το νόμο της μη αντίφασης**. Δεν μπορεί π.χ. να φτιάξει ένα τρίγωνο τετράγωνο. Ο Νόμος της Μη Αντίφασης κατέληξε έτσι ένας Υπερνόμος στον οποίο οφείλει να υπακούει όλη η ύπαρξη, τόσο το φαινόμενα όσο και τα νοούμενα.

Στο ανθρώπινο επίπεδο υπάρχουν οι ανθρώπινοι νόμοι ή οι ανθρώπινες διατάξεις. Αυτοί μπορούν να παραβιαστούν, αν και τιμωρείται συνήθως η παραβίαση τους, εάν οι παραβάτες συλληφθούν. Πάνω όμως από αυτούς τους ανθρώπινους νόμους, υπάρχουν οι Φυσικοί Νόμοι, όπως π.χ. ο Νόμος της Βαρύτητας. Αντίθετα από τους ανθρώπινους νόμους, αυτοί οι νόμοι (θεωρείται γενικά ότι) δεν μπορούν να παραβιαστούν, εκτός και αν θελήσει ο θεός να κάνει ένα θαύμα και αυτή ακριβώς είναι η έννοια του θαύματος: η παραβίαση ενός φυσικού νόμου από μια υπερφυσική δύναμη.

Παρόλο όμως που οι φυσικοί νόμοι δεν μπορούν να παραβιαστούν, υποστηρίζεται ότι αυτοί είναι **συμπτωματικοί νόμοι**. Δεν είναι δηλαδή αιώνιοι. Κάποια άλλη μακρινή εποχή του παρελθόντος μπορεί ο κόσμος να

κυβερνιόταν από ένα άλλο σύνολο νόμων, τελείως διαφορετικούς από τους σημερινούς. Και αυτή είναι ακριβώς η διαφορά τους με τους Λογικούς Νόμους: Οι Λογικοί Νόμοι θεωρούνται (παραδοσιακά) Αιώνιοι, Άφθαρτοι και Αμετάβλητοι και πάνω απ' όλους αυτούς ο Νόμος της μη- Αντίφασης.

Υπάρχει έτσι αυτό ακριβώς το ερώτημα της ύπαρξης ή ανυπαρξίας ενός σταθερού και αμετάβλητου «θείου και αιώνιου κόσμου», ο οποίος διέπεται από τους Νόμους της Λογικής.

Ο Αριστοτέλης, ο Σωκράτης και ο Πλάτωνας πίστευαν σθεναρά στην ύπαρξη αυτού του Θείου Κόσμου, το ίδιο και ο Παρμενίδης, αν και χαλάει κάπως τη μαγιά αποδίδοντάς του αντιφατικές ιδιότητες με αποτέλεσμα να σε μπερδεύει, αφού δέχεται γι' αυτόν τα ίδια κατηγορήματα με τις αντιφάσεις τους. Και μετά έχουμε τον μεγάλο εναντιωτή του Νόμου της Αντίφασης Ηράκλειτο, και βέβαια, όπως είπαμε, τους Σοφιστές και τους Σκεπτικιστές.

Όλους αυτούς τους κουβαλάμε μέσα στο μυαλό μας. Ας ξεκαθαρίσουμε αν μας πάει κάποιος περισσότερο από τους άλλους και γιατί, και ας συνεχίσουμε την κουβέντα μας.

Η ΚΑΤΑΔΙΚΗ ΤΟΥ ΤΡΙΤΟΥ

Στην αποκάλυψη του Ιωάννη διαβάζουμε (Γ15 και Γ16)

Οίδα σου τα έργα, ότι ούτε ψυχρός ει ούτε ζεστός όφελον ψυχρός ης ή ζεστός.ούτως ότι χλιαρός ει, και ούτε ζεστός ούτε ψυχρός, μέλλω σε εμέσαι εκ του στόματος μου.

Δηλαδή «Γνωρίζω τα έργα σου, ότι δεν είσαι ούτε ψυχρός ούτε θερμός. Θα έπρεπε όμως να είσαι ψυχρός ή θερμός. Έτσι λοιπόν, επειδή είσαι **χλιαρός** (το απορριπτόμενο τρίτο), και ψυχρός και ζεστός μαζί θα σε εξεμέσω από το στόμα μου!

Φοβερός ο «Κύριος». Αριστοτελικός μέχρι το κόκαλο! Και όχι μόνον αυτό, αλλά τιμωρεί και αποπέμπει όσους ακολουθούν τη .. μέση οδό.

Ο Νίτσε από τη μεριά του παρατηρεί στη «Θέληση για Δύναμη»:

*Ο νόμος της αντίφασης (μας λέει ότι) ο αληθινός κόσμος .. δεν μπορεί να αντιφάσκει με τον εαυτό του, δεν μπορεί να αλλάξει, δεν μπορεί να γίνει, δεν έχει καμία αρχή και κανένα τέλος. **Αυτό είναι το μέγιστο λάθος που έχει διαπραχθεί ποτέ!***

Εσείς τι νομίζεται για το Νόμο της Μη Αντίφασης; Έχει καθολική ισχύ ή όχι; Και εάν όχι, πού του επιτρέπεται να εφαρμόζεται και πού όχι;

Θα τελειώσω τους καθαρά Αριστοτελικούς νόμους συμπληρώνοντάς τους με το **Νόμο της Ταυτότητας** (που βασικά θα έπρεπε να είναι πρώτος) και το **Νόμο του Αποχρώντος Λόγου** και μετά θα προχωρήσουμε στον

επαγωγικό συλλογισμό ξεκινώντας από τις **υποθετικές προτάσεις** και την εξαγωγή με βάση αυτών συνεπών συμπερασμάτων.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ

Σύμφωνα με αυτόν κάθε πράγμα και κάθε έννοια είναι το ίδιο με τον εαυτό του (Το ζώο είναι ζώο, η Δικαιοσύνη είναι Δικαιοσύνη κ.ο.κ. Είναι το αντίστοιχο της ανακλαστικής ιδιότητας στα μαθηματικά ($A = A$)).

Η αρχή αυτή δε μας λέει βασικά τίποτα. Δεν περικλείει καμιά κίνηση, καμιά μεταβολή. Είναι μια νεκρή αφαίρεση, που κατά βάθος υπονοεί τη μονιμότητα, σταθερότητα και αιωνιότητα όλων των πραγμάτων.

Αυτή έχει δεχτεί έντονα πυρά από τους διαλεκτικούς φιλοσόφους που αποδέχονται τη **ροή**, το **γίνεσθαι** και όχι το «είναι». Αν το ποτάμι είναι κάθε στιγμή διαφορετικό, τότε τι είναι το ποτάμι για να το ταυτίσεις με τον εαυτό του. Ποιος είναι ο εαυτός του, αφού και αυτός συνεχώς μεταβάλλεται; Αυτό, όσο απλό και αν ακούγεται, είναι ένα από τα ισχυρότερα επιχειρήματα αυτών που υποστηρίζουν τη ανυπαρξία οποιουδήποτε σταθερού, αμετάβλητου στοιχείου στην ύπαρξη, τόσα στα όντα όσο και στα πράγματα ή φαινόμενα.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΑΠΟΧΡΩΝΤΟΣ ΛΟΓΟΥ

Τίποτα δεν υπάρχει ή συμβαίνει χωρίς έναν επαρκή λόγο, διαφορετικά γιατί υπάρχει αυτό και όχι κάποιο άλλο στη θέση του; (*Εισίν εκάστω των όντων λόγοι*). Για να υπάρχει αυτό, πρέπει να υπάρχει κάποιος «Λόγος» ή «Αιτία» του, της οποίας αυτό αποτελεί αποτέλεσμα (Αίτιο - Αιτιατό). Η Αρχή αυτή στηρίζεται βέβαια στην υπόθεση ότι **«τίποτα δε γίνεται από το τίποτα»** και ότι για να παραχθεί ένα αποτέλεσμα χρειάζεται οπωσδήποτε ένα υπαρκτό αίτιο.

Η Αρχή του Αποχρώντος Λόγου έχει χρησιμοποιηθεί για να «αποδείξει» ακόμα και την ύπαρξη του Θεού («τελολογική απόδειξη», από το τέλος = σκοπός) σαν τον «Λόγο» ή «Αιτία» του κόσμου που αντιλαμβάνονται οι αισθήσεις μας. Το κακό είναι ότι σταματά εκεί που τη συμφέρει, γιατί αν συνεχίσεις την ίδια μέθοδο και ερωτήσεις ποια είναι τότε η Αιτία ή ο Λόγος του Θεού, προφανώς δεν μπορεί να απαντήσει...

Γενικά η Αρχή του Αποχρώντος λόγου δημιουργεί μια αιτιατή αλυσίδα που εξαφανίζεται μέχρι το πλην άπειρο, εκτός και αν την φράξουμε κάπου αξιωματικά και απαγορέψουμε την εγαρμογή της στο αρχικό, βασικό μας αυτό αξίωμα ή αξιώματα. Αν την αφήναμε ελεύθερη, θα εξαφανιζόταν στο $-\infty$ κι επομένως θα υπήρχε πάντα ο κίνδυνος της επανακύλωσής της στην αφετηρία της, με άμεσο αποτέλεσμα τη ταύτιση αιτίου και αιτιατού! Αν συμβαίνουν πράγματι τέτοιες επανακυκλώσεις, εφόσον αποδεχτούμε ότι δεν υπάρχει στον κόσμο τέτοιο πράγμα όπως η ευθεία γραμμή (υπάρχουν πολλά σοβαρά επιχειρήματα γι' αυτό), τότε καταρρίπτονται όλες οι Λογικές και η «Αντικειμενική Πραγματικότητα» ανάγεται τελικά σε μια

Εικονικότητα. Ας τα αφήσουμε όμως αυτά για τους μετέπειτα φιλοσοφικούς στοχασμούς μας.

Η Αρχή του Αποχρώντος Λόγου υπέστη κριτική από αρκετούς φιλοσόφους και ιδιαίτερα από τον Χιουμ και τον Καντ.

Στη Συλλογιστική ο «Λόγος» της Αρχής του Αποχρώντος Λόγου θεωρείται η βάση του συλλογισμού, δηλαδή μια άλλη προηγούμενη κρίση ή συλλογισμός, της οποίας η αλήθεια έχει αποδειχθεί. Με αυτό τον τρόπο μέσω της Αρχής του Αποχρώντος Λόγου εισερχόμαστε στον υποθετικό συλλογισμό που θα εξετάσουμε παρακάτω.

Εδώ κάθε θεώρημα στηρίζεται (και αποτελεί επομένως το αποτέλεσμα) ενός άλλου θεωρήματος, προηγούμενου από αυτό στην αποδεικτική διαδικασία, προς τα πίσω μέχρι τα Αξιώματα, τις βασικές δηλαδή εκείνες προτάσεις που τις θεωρούμε αξιωματικά σαν αληθινές, χωρίς να μπορούμε να τις αποδείξουμε και με βάση τις οποίες δομούμε όλο το θεωρητικό μας σύστημα. Η Αρχή του Αποχρώντος Λόγου εκεί σταματά και δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί πέρα από τα αξιώματα.

Η ύπαρξη του Θεού είναι το αξίωμα της θεολογίας. Τα αξιώματα των αριθμών είναι ο Θεός του αριθμητικού συστήματος!

Θα τα δούμε όμως αυτά καλύτερα παρακάτω.

ΥΠΟΘΕΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ

Εδώ μας ενδιαφέρουν **σύνθετες προτάσεις** της μορφής «**εάν P τότε Q**». Το πρώτο μέλος P αυτής της διμελούς σχέσης ή **πράξης** μεταξύ αυτών των δύο προτάσεων P και Q ονομάζεται **Υπόθεση** και το δεύτερο **Συμπέρασμα**. Μας ενδιαφέρει δηλαδή εδώ η εξαγωγή ενός **συμπεράσματος P** με βάση μια ορισμένη **υπόθεση Q**.

Έστω για παράδειγμα η πρόταση:

«Εάν δυο αριθμοί είναι ίσοι, τότε και τα αθροίσματά τους με έναν τρίτο ίδιο αριθμό είναι επίσης ίσα».

Εδώ η υπόθεση P είναι η πρόταση: «Δύο αριθμοί είναι ίσοι» ή συμβολικά $A = B$ και το συμπέρασμα Q: «Τα αθροίσματά τους με έναν ίδιο τρίτο αριθμό είναι ίσα» ή συμβολικά $A + \Gamma = B + \Gamma$

ή ακόμα η πρόταση: «Εάν είσαι Αθηναίος, τότε είσαι κάτοικος της Αττικής».

Εδώ η υπόθεση P είναι: «Είσαι Αθηναίος» και το συμπέρασμα Q: «Είσαι κάτοικος της Αττικής»

Τέτοιου είδους υποθετικές προτάσεις που οδηγούν στην εξαγωγή ενός λογικού συμπεράσματος Q, στηριζόμενες σε μια αρχική υπόθεση Q,

ονομάζονται στη Λογική **Συνεπαγωγές** και σημειώνονται συμβολικά σαν **$P \Rightarrow Q$** και διαβάζονται:

«**Εάν P τότε Q**»

Ή

“**Η P συνεπάγεται την Q**”

ή ακόμα:

«**Η Q είναι λογική συνέπεια της P**»

ή

«**Η P είναι ικανή συνθήκη της Q**»

ή

«**Η Q είναι η αναγκαία συνθήκη της P**»

ή

«**P πρέπει Q**»

ή

«**Q αρκεί P**»

Όλες αυτές οι εκφράσεις είναι ισοδύναμες στη Λογική και στα Μαθηματικά, δηλαδή λένε ουσιαστικά το ίδιο πράγμα.

Θα ορίσουμε τώρα αυτή την πράξη της συνεπαγωγής μεταξύ δύο δοθέντων προτάσεων P και Q να **είναι ψευδής μόνον όταν η P είναι αληθής και η Q ψευδής**. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση η συνεπαγωγή **$P \Rightarrow Q$** θα είναι αληθής. Αυτό φαίνεται καλύτερα με τον παρακάτω **πίνακα αληθείας της συνεπαγωγής**:

P	Q	$P \Rightarrow Q$
A	A	A
A	Ψ	Ψ
Ψ	A	A
Ψ	Ψ	A

Ήδη από τον ορισμό αυτό βγάζουμε **πολύτιμα συμπεράσματα**:

1. Αν στηριζόμενοι σε μια αληθή υπόθεση P, εξαγάγουμε ένα ψευδές συμπέρασμα Q, τότε η λογική μας (η αποδεικτική μας διαδικασία) είναι ψευδής ή αλλιώς ο συλλογισμός μας εσφαλμένος

Για παράδειγμα

$2 = 2 \Rightarrow 2 + 3 = 2 + 4$ **Λάθος!** (η λογική που στηριχτήκαμε για να εξαγάγουμε αυτό το συμπέρασμα είναι τελείως λανθασμένη!)

2. Εάν το συμπέρασμά μας Q είναι αληθές (σωστό) και αληθής (σωστή) επίσης η λογική διαδικασία που ακολουθήσαμε για την εξαγωγή του (δηλαδή η συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$), τότε **δεν είμαστε σίγουροι αν η υπόθεση P είναι αληθής ή ψευδής** με άλλα λόγια **δεν μπορούμε να αποφανθούμε τίποτα για την υπόθεση P!** (αυτό φαίνεται καθαρά αν συγκρίνουμε τη πρώτη και την τρίτη σειρά του πίνακα αληθείας της συνεπαγωγής)

ΠΡΟΣΕΞΤΕ ΤΟ ΑΥΤΟ ΠΑΡΑ ΠΟΛΥ ΚΑΛΑ, διότι είναι ένα από τα συνηθισμένα σφάλματα (εσκεμμένα-δημαγωγικά ή ακούσια από άγνοια) πάρα πολλών συλλογισμών μας! **Μπορεί με βάση μια λανθασμένη μερικές φορές υπόθεση και σωστή λογική μέθοδο να οδηγηθούμε σε σωστό συμπέρασμα!**

Επομένως **η σωστή λογική και το σωστό συμπέρασμα δεν εξυπακούουν αναγκαστικά τη σωστή υπόθεση!**

Να ένα απλό αριθμητικό παράδειγμα:

$3 = -3$ (λάθος) $\Rightarrow 3^2 = (-3)^2$ δηλαδή $9 = 9$ Σωστό!

Εδώ η υπόθεσή μας ότι το 3 είναι ίσο με το -3 είναι ψευδής (λανθασμένη) και όμως στηριζόμενοι σε αυτή τη λανθασμένη υπόθεση και χρησιμοποιώντας τη σωστή λογική ότι άμα δύο αριθμοί είναι ίσοι και τα τετράγωνά τους θα είναι ίσα, φτάνουμε σε ένα φανερά σωστό συμπέρασμα!

Άρα **και από το ψέμα μπορεί να εξαχθεί μια αλήθεια μέσω μιας σωστής λογικής διαδικασίας!**

Επομένως, **άμα χρησιμοποιούμε σωστή λογική και οδηγούμαστε σε σωστά συμπεράσματα, αυτό δε σημαίνει με κανένα τρόπο ότι οι υποθέσεις μας ήσαν επίσης σωστές - μπορεί να ήσαν και εσφαλμένες!**

Απλό, αλλά τρομερό συμπέρασμα!

Σκαφθείτε απλά την επιστημονική μέθοδο: Σωστές και αποδεκτές (συνεπείς) θεωρούνται στην επιστήμη, π.χ. στη φυσική, εκείνες οι θεωρίες που μπορούν να κάνουν επαληθεύσιμες προβλέψεις! Μια πολύ έωλη διαδικασία, καθόσον τα σωστά και επαληθεύσιμα συμπεράσματα αυτών των θεωριών που έχουν εξαχθεί με μια καθαρά λογική διαδικασία, με βάση αυτές τις θεωρίες, δεν αποδεικνύουν με τίποτα ότι οι θεωρίες

αυτές είναι αληθινές. Μπορεί να είναι εξ' ολοκλήρου εσφαλμένες ή, έστω, μερικά μόνον σωστές.

Με λίγα λόγια όλο το επιστημονικό οικοδόμημα εξήγησης του κόσμου, παρόλο που μπορεί να τον εξηγεί, μπορεί να είναι τελείως εσφαλμένο!

Προσέξτε το αυτό πολύ καλά, το ίδιο και στον εαυτό σας και σε οποιονδήποτε άλλον υποπίπτει σε αυτό το συνηθισμένο **σφάλμα του συνεπακόλουθου**, όπως ονομάζεται στη Λογική - χιλιάδες «δάσκαλοι» σας, δημαγωγοί και καθοδηγητές σας υποπίπτουν συνεχώς σε αυτό για να σας πείσουν και να σας καθοδηγήσουν στα δικά τους...

Το προηγούμενο **Σφάλμα του Συνεπακόλουθου** μπορεί να παρουσιαστεί με δυο διαφορετικές μορφές:

1) **Τη Βεβαίωση της Υπόθεσης**, εξ' αιτίας του σωστού συμπεράσματος και της σωστής λογικής διαδικασίας, που εξηγήσαμε προηγουμένως, και

2) **Την Άρνηση του Συμπεράσματος**, όπου από τη γνώση ότι η υπόθεση P είναι ψευδής και σωστή η λογική διαδικασία (η συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$) βγάζει κάποιος το συμπέρασμα ότι είναι ψευδές και το συμπέρασμα Q, ενώ στην πραγματικότητα, άμα κοιτάξουμε τον παραπάνω πίνακα αληθείας της συνεπαγωγής (στις δύο τελευταίες σειρές του) , θα δούμε ότι δεν μπορούμε να ξέρουμε τι ακριβώς είναι το συμπέρασμα: μπορεί να είναι ψευδές, αλλά μπορεί να είναι και αληθές κι επομένως το να επιλέξουμε μόνον το ένα από αυτά καθιστά το συλλογισμό μας ΕΣΦΑΛΜΕΝΟ!

Θα μπορούσαμε να δώσουμε πολλά πρακτικά παραδείγματα αυτού του σφάλματος του συνεπακόλουθου, αλλά για λόγους οικονομία χώρου το αποφεύγουμε. Μπορείτε να σκεφθείτε μόνοι σας. Υπάρχουν άπειρα από αυτά!

Εκείνο που μας ενδιαφέρει τώρα είναι να χρησιμοποιήσουμε τον παραπάνω πίνακα αληθείας της συνεπαγωγής για να βγάλουμε έναν από τους **ισχυρότερους Νόμους της Λογικής**, τον περίφημο **Κανόνα Αποσπάσεως** ή **Modus Ponens**.

Μελετώντας αυτόν τον πίνακα παρατηρούμε ότι όταν η υπόθεσή μας P είναι αληθής (A) και η λογική μας (η συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$) αληθής (σωστός δηλαδή ο συλλογισμός μας), τότε **ΣΙΓΟΥΡΑ το συμπέρασμά μας είναι Αληθές (Ορθό)**. Για να το ελέγξουμε αυτό καλύτερα, θα σχηματίσουμε τον πίνακα αληθείας της σύνθετης πρότασης $P \wedge (P \Rightarrow Q)$, τη Σύζευξη δηλαδή της Υπόθεσης P με την Συνεπαγωγή (υποθετική πρόταση) $P \Rightarrow Q$ (εάν P τότε Q):

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$P \wedge (P \Rightarrow Q)$
A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	A
Ψ	A	A	A
Ψ	Ψ	A	A

Δηλαδή μια **ταυτολογία**, όπως ακριβώς περιμέναμε, κι επομένως ένας **Νόμος της Λογικής**

Αυτός ακριβώς είναι ο Νόμος Αποσπάσεως (**Modus Ponens**) και ο πρώτος **Νόμος Διαλογισμού** που μαθαίνουμε:

Αν ισχύει η συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$ και η υπόθεση P , τότε ισχύει σίγουρα και το συμπέρασμα Q , δηλαδή έχουμε τότε, όπως λέμε, την εξαγωγή ενός **ισχυρού συμπεράσματος**.

Ας δούμε επίσης και ένα δεύτερο Νόμο Διαλογισμού, το **Συλλογισμό Αρνητικής Μορφής** ή **Modus Tollens** (παρατηρώντας την τέταρτη σειρά του πίνακα αληθείας της συνεπαγωγής):

Αν ισχύει η συνεπαγωγή $P \Rightarrow Q$ και δεν ισχύει το συμπέρασμα Q , τότε δεν ισχύει και η υπόθεση P . Δηλαδή αν με μια σωστή λογική διαδικασία οδηγηθούμε σε ένα ψευδές (εσφαλμένο) συμπέρασμα, τότε και η υπόθεσή μας είναι σίγουρα εσφαλμένη.

Ο πίνακας αληθείας αυτής της σύνθετης πρότασης $[(P \Rightarrow Q) \wedge (-Q)] \Rightarrow (-P)$ είναι:

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$-Q$	$-Q \wedge (P \Rightarrow Q)$	$[(P \Rightarrow Q) \wedge (-Q)] \Rightarrow (-P)$
A	A	A	Ψ	Ψ	A
A	Ψ	Ψ	A	Ψ	A
Ψ	A	A	Ψ	Ψ	A
Ψ	Ψ	A	A	A	A

Πριν προχωρήσω, μου ήλθε στο μυαλό ένα ακόμα ωραίο παράδειγμα για τις θεωρίες και τα αξιώματά τους, το οποίο δε θα ήθελα να αμελήσω.

Ξέρουμε ότι η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας του Αϊνστάιν αποτελεί μία από τις ιερότερες και οσιότερες θεωρίες της Φυσικής, την οποία κανείς επιστήμονας δεν επιτρέπεται να αμφισβητήσει, χωρίς τον επαπειλούμενο κίνδυνο της γελοιοποίησης ή του επαγγελματικού ακόμα θανάτου του. Ο Ισαάκ Ασίμωφ έχει δηλώσει ότι είναι τελείως παλαβός όποιος επιστήμονας θα διανοείτο να κάνει κάτι τέτοιο, **αφού αυτή η θεωρία έχει επαληθευθεί μέχρι τώρα χιλιάδες φορές στα επιστημονικά εργαστήρια!**

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, όπως ίσως ξέρετε, στηρίζεται στο βασικό, θεμελιώδες αξίωμα της σταθερότητας της ταχύτητας του φωτός στο κενό για οποιοδήποτε παρατηρητή, για οποιοδήποτε σύστημα αναφοράς, με όποια ταχύτητα και να κινείται αυτό. Η ταχύτητα μάλιστα αυτή του φωτός θεωρείται η μέγιστη δυνατή για τη φύση κι ένα αζεπέραστο έτσι όριο γι' αυτήν. Στηριζόμενος ο Αϊνστάιν σε αυτή την αρχική παραδοχή ή αξίωμα, απέδειξε στη συνέχεια μαθηματικά όλα αυτά τα ωραία παράδοξα με τα οποία είμαστε εξοικειωμένοι: την εξάρτηση της

μάζας (διαστολή μάζας) και του μήκους (συστολή μήκους) ενός αντικειμένου ή ακόμα του χρόνου (διαστολή του χρόνου) από την ταχύτητα του παρατηρητή. Ακόμα απέδειξε την ισοδυναμία μάζας και ενέργειας με την περίφημη εξίσωσή του $E = mc^2$. Όλα αυτά έχουν αποδειχθεί επανειλημμένως στα πειράματα υψηλών ενεργειών στο χώρο των υποατομικών σωματιδίων, π.χ. στο CERN. Ποιος λοιπόν παλαβός, σύμφωνα με τον Ασίμωφ, θα τολμούσε να αμφισβητήσει αυτή την «Αληθινή» θεωρία;

Και όμως πολλοί φυσικοί έχουν ανακαλύψει μέχρι τώρα ποικίλες ανωμαλίες και αντιφάσεις (όπως π.χ. το φαινόμενο της μη τοπικότητας στην κβαντική φυσική ή οι πειραματικές επιτεύξεις ταχυτήτων μεγαλύτερων από την ταχύτητα του φωτός), οι οποίες όμως σπρώχνονται επιτηδείως κάτω από το χαλί, το οποίο όμως όλο και φουσκώνει και δεν περνά πια απαρατήρητο από τα μάτια της πεθεράς...

Μια από τις πιο σημαντικές παρατηρηθείσες ανωμαλίες είναι η καταγραφή πέρυσι το Σεπτέμβρη από το τηλεσκόπιο ακτίνων γάμα MAGIC στο Λας Πάλμας των Καναρίων Νήσων 4 λεπτών καθυστέρησης των φωτονίων που προέρχονταν από το γαλαξία Markarian 501, που απέχει μισό δισεκατομμύριο έτη φωτός από τη Γη – ένα καίριο πλήγμα εναντίον της Ειδικής Σχετικότητας, αφού αμφισβητεί πρακτικά πια το θεμελιώδες αξίωμά της.

Η Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας έτσι κάποια στιγμή θα εγκαταλειφθεί από όχι και τόσο παλαβούς επιστήμονες, όπως απερίσκεπτα και αδόκιμα έκρινε ο πολύς Ισαάκ Ασίμωφ, και θα παρασύρει μάλιστα στην πτώση της και τη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας (που ασχολείται με τη βαρύτητα), όσο και αν προσπαθούν οι σχετικιστές επιστήμονες να τις κρατήσουν αλώβητες σαν το Άγιο Δισκοπότηρο της σύγχρονης φυσικής.

Και τι θα γίνει τότε με τις χιλιάδες πειραματικές επαληθεύσεις αυτής της θεωρίας; Πώς μπορεί αυτή να μην ισχύει, αφού έχει επαληθευθεί όπως είπαμε χιλιάδες φορές; Εδώ σας θέλω!

Η πειραματική «επαλήθευση» μιας οποιασδήποτε θεωρίας δεν αποδεικνύει και την Αλήθεια της!

Και αυτό δεν είναι καθόλου κουφό, ούτε αντιφατικό για όσους γνωρίζουν τη Λογική και τους Νόμους της!

Μπορεί κάλλιστα να ισχύει κάτι, αλλά να μην ισχύει η εξήγηση γι' αυτό, γιατί δηλαδή αυτό ισχύει. Με άλλα λόγια το ίδιο αυτό πράγμα θα μπορούσε να εξηγηθεί και αλλιώς, με ένα άλλο σύνολο αξιωμάτων, διαφορετικών από το πρώτο. Ένα τέτοιο, καινούργιο σύνολο αξιωμάτων, που δεν αντιφάσκει με **τα γνωστά μέχρι σήμερα** πειραματικά δεδομένα, θα αναγκαστεί να αποδεχθεί τελικά η φυσική, για να συνεχίσει να στηρίζεται σε μια «συνεπή» θεωρία για την περαιτέρω διερεύνηση της «Αλήθειας».

Ως πότε όμως και αυτό θα ισχύσει; Πάλι κάποια στιγμή η φύση, με την περιπαικτική της διάθεση, θα μας παρουσιάσει ένα νέο, άγνωστο μέχρι τότε, φαινόμενο που θα αμφισβητεί άμεσα αυτά τα νέα αξιώματά μας, τα

οποία έτσι για μια ακόμη φορά θα αναγκαστούμε να εγκαταλείψουμε και να επινοήσουμε άλλα καινούργια, μη αντιφατικά. Και πάει λέγοντας... Η φύση συνεχώς θα μας κοροϊδεύει, μέχρι να φτάσουμε σε εκείνο το σημείο όπου δε θα μπορούμε πια να επινοήσουμε κανένα νέο σύνολο αξιωμάτων συνεπών με τα τότε πειραματικά δεδομένα και να εγκαταλείψουμε τότε δια παντός την προσπάθεια εξήγησης του κόσμου, δεχόμενοι στο εξής μόνον τις σχετικές και λειτουργικές εξηγήσεις του, εκείνες που δημιουργούν πρακτική τεχνολογία που ικανοποιεί τις ανάγκες μας.

Το παράξενο είναι ότι **παρότι η «Αλήθεια» συνεχώς θα μας διαφεύγει, η τεχνολογία μας συνεχώς θα αυξάνεται!**

Τι παράδοξο για τη λογική μας!

Οι εξηγήσεις δεν αντιπροσωπεύουν την Αλήθεια, ούτε και οι επαληθεύσεις αποδεικνύουν την εγκυρότητα-ορθότητα-αληθότητα των εξηγήσεων. Υπάρχουν πάντα πολλαπλές εξηγήσεις (ίσως άπειρες) για το ίδιο πράγμα, όσα και τα δάκτυλα που δείχνουν το φεγγάρι.. και καμιά από αυτές δεν μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη από την άλλη, παρά μόνο σε σχετικά χρονικά πλαίσια της εκάστοτε κατανόησής μας ή της αποδεκτής άποψης της πλειοψηφίας.

ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ ΑΞΙΩΜΑΤΑ

Πριν προχωρήσουμε στις διυποθετικές προτάσεις ή ισοδυναμίες της μορφής $P \Leftrightarrow Q$, θεωρώ πολύ σημαντικό να μιλήσουμε λίγο για τα θεωρητικά συστήματα (οποιαδήποτε θεωρητικά συστήματα) και τις εγγενείς αδυναμίες τους σαν δήθεν αντιπροσωπεύσεις μια υποτιθέμενης «Αλήθειας», «Αντικειμενικότητας», «Φύσης» ή «Ουσίας» των Πραγμάτων και των φαινομένων.

Όλα τα θεωρητικά συστήματα: τα μαθηματικά, η φυσική, η χημεία, η κοσμολογία κ.λ.π., ακόμα και η ίδια η λογική που εξετάζουμε εδώ, είναι **αναγκαστικά αξιωματικά.**

Δεν υπάρχει καμιά μη αξιωματική θεωρία!

Τι σημαίνει αυτό; Αυτό σημαίνει ότι όλες οι θεωρίες ξεκινούν από ορισμένες βασικές αρχικές προτάσεις, τις οποίες θεωρούν σαν αληθείς, αλλά δεν μπορούν να αποδείξουν την αλήθειά τους, η οποία έτσι θα πρέπει να γίνει αυθαίρετα αποδεκτή από αυτούς που ικανοποιούνται από την υποτιθέμενη αληθοφάνειά τους. Αν γίνουν αποδεκτές αυτές οι «αυταπόδεικτες» αρχικές προτάσεις ή **αξιώματα**, όπως τις ονομάζουμε, και συμφωνήσουμε επίσης σε μια ορισμένη Λογική που θα ακολουθήσουμε, τότε με βάση αυτές τις αρχικές προτάσεις και με τη βοήθεια της Λογικής μας μπορούμε στη συνέχεια να παράγουμε ένα μεγάλο πλήθος μη αντιφατικών μεταξύ τους νέων προτάσεων ή **θεωρημάτων**, όπως τις ονομάζουμε, που θα αποτελέσουν όλες μαζί το τελικό θεωρητικό μας σύστημα: τα «Μαθηματικά» μας, τη «Χημεία» μας ή την «Κοσμολογία» μας ή ακόμα αν θέλετε τη Θεολογία μας.

Έστω A ένα αρχικό αξίωμα μιας θεωρίας που θέλουμε να δημιουργήσουμε. Με βάση την ισχύ αυτής της πρότασης A μπορούμε στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας το **Νόμο Αποσπάσεως** ($A \wedge (A \Rightarrow B)$), να αποδείξουμε την αλήθεια μιας άλλης πρότασης B (**θεώρημα**). Με βάση (υπόθεση) τώρα το θεώρημα B και τον κανόνα αποσπάσεως, μπορούμε να αποδείξουμε μια νέα πρόταση (θεώρημα) Γ κ.ο.κ., σε μια άπειρη σειρά συνεπαγωγών της μορφής:

$A \Rightarrow B$ $B \Rightarrow \Gamma$ $\Gamma \Rightarrow \Delta$ $\Delta \Rightarrow E$ κ.λ.π.

Όπου κάθε αποδεικνυόμενη πρόταση (συμπέρασμα ή θεώρημα) γίνεται με τη σειρά του μια υπόθεση για την απόδειξη ενός νέου συμπεράσματος (θεωρήματος) κ.ο.κ. Και όχι μόνον σε μια παραγωγή ένα - προς-ένα, αλλά μπορεί με βάση δύο ή περισσότερες υποθέσεις, που είναι γνωστά θεωρήματα που έχουμε αποδείξει προηγουμένως, να αποδείξουμε ένα νέο σύνθετο θεώρημα X που στηρίζεται σε αυτά.

Έτσι τα αποδειχθέντα μέχρι τώρα θεωρήματα δημιουργούν με τη σειρά τους άλλα θεωρήματα και αυτά άλλα θεωρήματα, σε μια ατέρμονη διαδικασία.. Εφόσον μάθουμε καλά την λογική μας και τους Νόμους της, δεν είναι καθόλου δύσκολο να αρχίσουμε να ανακαλύπτουμε αυτές τις νέες «αλήθειες» (νέα θεωρήματα) που στηρίζονται σε άλλες γνωστές προηγούμενες αλήθειες, που με τη σειρά τους στηρίζονται σε άλλες προηγούμενες από αυτές αλήθειες κ.ο.κ., μέχρι τα αξιώματα όπου οι «προηγούμενες αλήθειες» σταματούν, γιατί δεν υπάρχουν! Εδώ είναι το σημείο αφετηρία μας και δεν υπάρχει τίποτα πριν από αυτό, ούτε επιτρέπεται καμιά τέτοιου είδους συζήτηση. Ούτε επίσης επιτρέπεται η αμφισβήτηση των θεωρημάτων στους οπαδούς αυτής της συγκεκριμένης θεωρίας.

Εφόσον κάποιος αποδεχτεί αυτά τα αξιώματα και τη μέθοδο παραγωγής αληθών προτάσεων (Νόμους της συγκεκριμένης Λογικής), τότε, ναι, όλα τα θεωρήματα που παράγονται από αυτά είναι Αληθή και αδιαμφισβήτητα! Και είναι ανόητο να προσπαθήσει αυτός να βρει κάποιο ψεγάδι σε αυτά, να τα καταρρίψει. Αυτό είναι Αδύνατον, διότι έχουν δομηθεί με μεγάλη προσοχή και συνέπεια κατά την παραγωγή τους και είναι έτσι Απόλυτα και πλήρως Αληθινά!

Στην πραγματικότητα όμως είναι σχετικά «Αληθινά», διότι στηρίζονται στα αξιώματα. Όποιος αμφισβητήσει τα αξιώματα της συγκεκριμένης θεωρίας, τότε αυτή αμέσως καταρρέει, μαζί με όλα τα περισπούδαστα «Αληθή» της θεωρήματα!

Αν λοιπόν θέλει κάποιος να εναντιωθεί σε μια θεωρία, δεν αντιτίθεται ούτε σε ένα από τα θεωρήματά της! Κατανοεί απλά σε ποιες αρχικές προτάσεις στηρίζονται αυτά και απλά αμφισβητεί αυτές! Αμφισβητεί δηλαδή τα αξιώματα της θεωρίας. Τότε δεν μπορεί να του αποδείξει κανείς **ΑΠΟΛΥΤΩΣ ΤΙΠΟΤΑ!** Ούτε και ο οπαδός της θεωρίας μπορεί να αποδείξει τα αξιώματά του και να πείσει τον αμφισβητία τους να τα αποδεχθεί. Άρα του φεύγει όλος ο αέρας, όλο το ύψος και ο τσαμπουκάς με τον οποίο ερχόταν να σας αποδείξει ένα σωρό πράγματα! Θα αρχίσει τότε μανιωδώς

να προσπαθεί να σας κάνει να δεχθείτε τα αξιώματά του με διάφορες αναλύσεις και υποτιθέμενη φιλοσοφική πειθώ, αλλά εσείς θα χαμογελάτε ... Όχι, δε θα του επιτρέψετε να σας «αποδείξει» τίποτα, όταν καταλαβαίνετε τις προθέσεις του για μανιπιουλάρισμά σας.

Ένα το κρατούμενο, αλλά υπάρχουν και άλλα!

Αν κάποιος ξεκινούσε από ένα διαφορετικό σύνολο αξιωμάτων από αυτό αυτού του κυρίου, τότε **χρησιμοποιώντας την ίδια ακριβώς Λογική με τη δικιά του θα έφτιαχνε ένα άλλο θεωρητικό σύστημα, τελείως διαφορετικό από το προηγούμενο** και μερικές φορές με αντιτιθέμενες και αντιφατικές μεταξύ τους Αλήθειες», παρότι η Αλήθεια του καθενός, στο δικό του μονοκαθεδρικό σύστημα θα παρέμενε μία και μόνη και αδιαμφισβήτητη!

Αν πάλι χρησιμοποιούσατε άλλη Λογική και όχι την ίδια (γιατί όπως θα δούμε αργότερα υπάρχουν και άλλες Λογικές), θα φτιάχνατε πάλι μια άλλη θεωρία, τελείως ίσως διαφορετική από τις άλλες δυο προηγούμενες, αλλά πλήρως αληθινή και αυτή στο δικό της κλειστό αξιωματικό σύστημα!.

Αρχίζετε έτσι να προβληματίζεστε και να ψυλλιαζόσαστε για την υποτιθέμενη μία και μοναδική Αλήθεια την οποία μπορεί να προσεγγίσει ή ακόμα να αποκαλύψει ο υποτιθέμενος «Ορθός Λόγος». Κουραφέξαλα! Αρλούμπες! **Κανένας δεν μπορεί να αποδείξει σε κανέναν ΤΙΠΟΤΑ.** Μπορεί να του αποδείξει κάτι ή και πολλά, ναι, **μόνον όταν τον παρασύρει να δεχθεί το κλειστό αυθαίρετο αξιωματικό του σύστημα και την αξιωματική επίσης και κλειστή λογική του!**

Κοινώς βράσε ρύζι!....

Απελευθερώνεστε έτσι φίλοι μου από το άγχος σας να βρείτε και να αποδείξετε την «Αλήθεια» με το μυαλό σας, με την ευφυΐα σας! Καμιά τέτοια μοναδική «Αλήθεια» δεν μπορείτε να αποδείξετε, ούτε εσείς, ούτε ο ευφυέστερος των ανθρώπων! Μόνον την δικιά σας «Αλήθεια» μπορείτε να αποδείξετε μέσα από το δικό σας σύστημα αξιωμάτων και λογικής που θα ακολουθήσετε! Και με αυτό τον καθαρά υποκειμενικό τρόπο, μπορείτε να αποδείξετε ό,τι θέλετε, με εντελώς καθαρή και συνεπή λογική, μέσα στο σύστημά σας, μέσα στο δικό σας γήπεδο!

Και άμα παρασύρετε αρκετούς άλλους στο σύστημα της υποκειμενικής και αυθαίρετης αλήθειας σας, τότε ω του θαύματος αυτή αρχίζει σιγά-σιγά να παίρνει το μανδύα της «αντικειμενικότητας» και υποτιθέμενης «μοναδικότητας». Είσαστε σίγουρα μια ισχυρή προσωπικότητα και παρασύρατε πολλά πρόβατα στο μαντρί σας, αλλά για τους γνώστες και δαήμονες των λεπτομερειών όλων αυτών που σας αναλύω, είστε just a bullshit and nothing more! – είτε πρόκειται για θρησκευτικό bullshit είτε για επιστημονικό!

Και όμως άμα δώσετε εμπιστοσύνη σε **οποιοδήποτε** από αυτά τα καθαρά αυθαίρετα και υποκειμενικά συστήματα τεχνητής πειθούς, άμα πιστέψετε σε αυτό και εργαστείτε με προσήλωση και αφοσίωση με αυτό, είναι σίγουρο 100% ότι θα σας αποδώσει καρπούς, θα παράγετε πρακτική τεχνολογία με

απτά, πρακτικά αποτελέσματα που θα ενισχύσουν ακόμα πιο πολύ την εμπιστοσύνη σας για την Αλήθεια του συστήματός σας. Πώς διαφορετικά λειτουργεί αυτό πρακτικά; Αν είναι ψεύτικο, δε θα μπορούσε να έχει και πρακτικές εφαρμογές, έτσι δεν είναι;

ΛΑΘΟΣ!

ΟΛΑ ΕΙΝΑΙ ΨΕΥΤΙΚΑ (ή ΟΛΑ ΕΙΝΑΙ ΑΛΗΘΙΝΑ!!!) ΚΑΙ ΟΛΑ ΕΧΟΥΝ ΠΡΑΚΤΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ!!!

Δε σκοπεύω όμως να γράψω κανένα βιβλίο εδώ για να σας πείσω. Απλά θα σας αναφέρω δύο παραδείγματα.

Από το χώρο της Ιατρικής και τις μεθόδους θεραπείας ποικίλων ασθενειών.

Ας πάρουμε ένα σαμάνο, ένα βελονιστή και έναν Δυτικό Ιατρό.

Ας πάρουμε επίσης έναν άρρωστο, τον οποίον μπορούν να θεραπεύσουν και οι τρεις τους, με τις δικές τους ιδιαίτερες μεθόδους ο καθένας. Ή μήπως δεν δέχεστε ότι υπάρχουν αρρώστιες που μπορούν να θεραπευτούν και από τους τρεις. Αν δεν το δέχεστε, τότε διαβάστε να δείτε ότι πράγματι υπάρχουν.

Ο σαμάνος λοιπόν εξηγεί την αρρώστια αυτού του ανθρώπου με τον εξής για μας απλοϊκό και δεισιδαιμονικό τρόπο: Κάποιο κακό πνεύμα ήλθε και του έκλεψε την ψυχή του. Γι' αυτό το λόγο αυτό το άτομο είναι άρρωστο τώρα. Και δεν υπάρχει άλλη μέθοδος θεραπείας, παρά να πάει αυτός ο ίδιος, σαν ένας καλά εκπαιδευμένος εκστατικός ταξιδιώτης, στο Κόσμο των πνευμάτων, να βρει το κακό πνεύμα με την κλεμμένη ψυχή, να παλαίψει μαζί του και να την φέρει στον άρρωστο.

Το κάνει και ω του θαύματος ο άρρωστος θεραπεύεται! ΠΑΡΑΛΟΓΟ, ΑΔΥΝΑΤΟ για μας, ναι, αλλά ο άρρωστος θεραπεύεται!

Κάτι αντίστοιχο κάνει ο βελονιστής με τις βελόνες τους: Εξετάζει τον άρρωστο και ανακαλύπτει μερικά σημεία όπου το τσι μπλοκάρεται και δεν κινείται καλά στους ενεργειακούς μεσημβρινούς του αρρώστου. Του χώνει λοιπόν σε κατάλληλα σημεία μερικές ειδικές βελόνες και μετά από κάποιο διάστημα τον θεραπεύει και αυτός, στηριζόμενος σε ένα τελείως διαφορετικό σύστημα θεραπείας, αξιωμάτων και θεωρημάτων από το σαμάνο!

Το ίδιο ακριβώς κατορθώνει και ο Δυτικός ιατρός, μετά από τη διάγνωση του για τα αίτια της νόσου. Αντιμετωπίζει την ασθένεια με κατάλληλη φαρμακευτική αγωγή ή με εγχείριση και ο ασθενής πάλι θεραπεύεται. Το θεωρητικό σύστημα στο οποίο αυτός στηρίζεται και με βάση το οποίο θεραπεύει είναι τελείως διαφορετικό από αυτό του σαμάνου ή του βελονιστή, τους οποίους μάλιστα μπορεί αυτός να θεωρεί σαν τσαρλατάνους. Παρόλα αυτά και αυτός θεραπεύει τον άρρωστο.

Ποια από τα τρία αυτά συστήματα θεραπείας είναι το σωστό σε θεωρητικό επίπεδο και γιατί; Η δική μου προσωπική απάντηση είναι όλα ή κανένα! Η δική σας;

Ένα δεύτερο τώρα παράδειγμα από τα μαθηματικά:

Επί αιώνες η Ευκλείδεια Γεωμετρία εθεωρείτο το άγιο των αγίων της καθαρής μαθηματικής σκέψης και κανείς δεν τολμούσε να την αμφισβητήσει. Ήταν τόσο τέλεια και τα θεωρήματά της και οι αποδείξεις της τόσο κομψές! Ο Μεγάλος μαθηματικός Γκάους έκρυβε επί δυο δεκαετίες τη δημιουργία από αυτόν μιας μη Ευκλείδειας Γεωμετρίας από το φόβο μήπως γελοιοποιηθεί!

Ποιος τολμά να αμφισβητήσει παρακαλώ την Ευκλείδεια Γεωμετρία και γιατί; Στα θεωρήματά της, ναι, κανείς, στα αξιώματά της όμως; Έχει και η Ευκλείδεια Γεωμετρία αξιώματα; Σαφώς, το είπαμε: **δεν υπάρχει μη αξιωματική θεωρία πουθενά!** Μα αφού η Ευκλείδεια γεωμετρία έχει τόσες πρακτικές εφαρμογές παντού, σε όλη την καθημερινή ζωή μας, πώς μπορεί να αμφισβητηθεί; Και όμως μπορεί και μερικοί μάλιστα ευφυείς μαθηματικοί τόλμησαν και το έκαναν και δημιούργησαν τις λεγόμενες **Μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες**, με διαφορετικά αξιώματα και με πρακτικές επίσης εφαρμογές και αυτές.

Ένα από τα βασικά αξιώματα του Ευκλείδη είναι ότι από ένα σημείο εκτός μιας ευθείας μπορούμε να φέρουμε μία και μόνον ευθεία παράλληλη προς αυτήν. Είμαστε τόσο βαθιά επηρεασμένοι από την εκπαίδευσή μας στο σχολείο από αυτή την άποψη, που συμφωνούμε αμέσως με αυτή την τοποθέτηση: Πώς θα μπορούσε άλλωστε να ήταν διαφορετικά. Έχουμε λύσει εκατοντάδες προβλήματα με βάση αυτό το αξίωμα και τη μέθοδο, ας πούμε, της απαγωγής σε άτοπο. Τι δηλαδή, να φανταστούμε ότι μπορούμε να φέρουμε δύο παράλληλες ευθείες, έ, όχι, είναι αδύνατον!

Για κάποιους όμως ήταν δυνατόν και αμφισβητώντας αυτό το αξίωμα του Ευκλείδη έφτιαξαν άλλες γεωμετρίες, όπου ισχύουν διαφορετικά θεωρήματα από τα γνωστά μας. Για παράδειγμα το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου δεν είναι 180° αλλά λιγότερο ή ακόμα περισσότερο από 180° κ.λ.π.

Σε μια από αυτές τις μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες του μαθηματικού Ρήμαν στηρίχτηκε ο Αϊνστάιν για να δημιουργήσει την Γενική Θεωρία της Σχετικότητας που επί 100 χρόνια τώρα αποτελεί τη βασική θεωρία της Κοσμολογίας για το σύμπαν μας. Και στη θεωρία αυτή του Ρήμαν προφανώς δεν υπάρχουν ευθείες γραμμές, όπως έχουμε ξαναφέρει. Από την άλλη μεριά δημιουργήθηκε η προβολική Γεωμετρία που εξετάζει τις προβολές και την προοπτική. Ξέρουμε π.χ. το περίφημο **σημείο φυγής** σε αυτήν, όπου συγκλίνουν όλες οι παράλληλες ευθείες ενός σχήματος και χωρίς το οποίο δεν μπορεί να αποδοθεί με συνεπή τρόπο η προοπτικότητά του.

Κ.λ.π. κ.λ.π.

Διαλογισθείτε σε όλα αυτά και θα προχωρήσουμε, όπως είπαμε, στη συνέχεια στις λεγόμενες **διυποθετικές προτάσεις** ή **ισοδυναμίες** και στους υπόλοιπους Νόμους ή Κανόνες της Τυπικής Λογικής. Είναι ακόμα αρκετοί. Μπορεί να μην τους αναφέρουμε συνολικά όλους. Αλλά θα

αναφέρουμε οπωσδήποτε όλους αυτούς που χρησιμοποιούμε συνήθως στις αποδεικτικές μεθόδους μας, τόσο στα μαθηματικά όσο και στη φιλοσοφία.

Πιστεύω να γίνονται κατανοητός.

ΔΙΥΠΟΘΕΤΙΚΕΣ ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ (ΙΣΟΔΥΝΑΜΙΑ)

Έστω η συνεπαγωγή $p \Rightarrow q$ και η αντίστροφη πρόταση $q \Rightarrow p$. Σχηματίζουμε τη **Σύζευξη** αυτών των δύο προτάσεων, δηλαδή την πρόταση $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$, δημιουργώντας έτσι μια **δι-υποθετική**, όπως λέμε, πρόταση, δηλαδή μια πρόταση δύο υποθέσεων όπου η υπόθεση της μιας από τις δυο συζευγνόμενες προτάσεις γίνεται συμπέρασμα της άλλης και το συμπέρασμα της μιας υπόθεση της άλλης: Ο πίνακας αληθείας αυτής της σύνθετης πρότασης θα είναι τότε:

P	Q	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow P$	$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)$
A	A	A	A	A
A	Ψ	Ψ	A	Ψ
Ψ	A	A	Ψ	Ψ
Ψ	Ψ	A	A	A

Παρατηρούμε ότι η σύνθετη αυτή πρόταση αληθεύει μόνο όταν οι δυο αρχικές προτάσεις είναι αμφότερες αληθείς ή ψευδείς. Σε οποιαδήποτε άλλη περίπτωση αυτή είναι ψευδής.

Τη σύνθετη αυτή πρόταση της σύζευξης μίας συνεπαγωγής με την αντίθετή της συνεπαγωγή ονομάζουμε στη λογική και στα μαθηματικά **ισοδυναμία** και τη συμβολίζουμε με διπλό βελάκι:

$Q \Leftrightarrow P$ (αντί να γράψουμε $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ και τη διαβάζουμε:

«**P** **ισοδυναμεί** **Q**»

ή

«**P** **εάν, και μόνον εάν** **Q**»

ή

«**η P είναι ικανή και αναγκαία συνθήκη της Q**»

ή

«**P** πρέπει και αρκεί **Q**»

ή

«**P** τότε (όταν), και μόνον τότε (όταν), **Q**»

ή

«**P** και **Q** ισοδύναμες»

ή τέλος

«**P** συνεπάγεται και αντιστρόφως **Q**»

Θα θυμάστε ίσως αυτές τις εκφράσεις στις ασκήσεις στο Γυμνάσιο και στο Λύκειο, όπως π.χ. η έκφραση:

«Να αποδειχθεί ότι η **ικανή και αναγκαία συνθήκη** για να είναι ένας αριθμός περιττός είναι το τετράγωνό του να είναι περιττό»

ή η ισοδύναμή της:

«Να αποδειχθεί ότι για να είναι ένας αριθμός περιττός **πρέπει και αρκεί** το τετράγωνό του να είναι επίσης περιττό»

ή η ισοδύναμή της:

«Να αποδειχθεί ότι ένας αριθμός είναι περιττός **όταν και μόνον** όταν το τετράγωνό του είναι περιττό»

Σε όλες αυτές τις περιπτώσεις **θα πρέπει να αποδειχθούν στην πραγματικότητα δύο προτάσεις:**

α) Αν ένας αριθμός, έστω n , είναι περιττός, τότε και το τετράγωνό του n^2 είναι περιττό (η ευθεία πρόταση **$p \Rightarrow q$** και

β) Αν το τετράγωνο n^2 ενός αριθμού n είναι περιττό, τότε και ο αριθμός n είναι περιττός (η αντίστροφη πρόταση **$q \Rightarrow p$**).

Αν αποδείξουμε τη μία μόνον από τις δύο αυτές προτάσεις και όχι και τις δύο, τότε σίγουρα θα πάρουμε κακό βαθμό...

Στη Λογική λοιπόν και στα μαθηματικά πρέπει να προσέχουμε πολύ τη διαφορά μεταξύ της συνεπαγωγής **$p \Rightarrow q$** και της ισοδυναμίας **$p \Leftrightarrow q$** . Πάρα πολλοί κάνουν εσκεμμένα (δημαγωγικά) ή από απροσεξία λάθος και τις ταυτίζουν, ενώ είναι διαφορετικές, όπως δείχνουν και οι διαφορετικές πίνακες αληθείας τους. Δε σημαίνει ότι επειδή ισχύει μια συνεπαγωγή θα ισχύει αναγκαστικά και η αντίστοιχη ισοδυναμία (δηλαδή και η αντίστροφη πρόταση από αυτήν). Μπορεί να ισχύει ή να μην ισχύει, εξαρτάται από την κάθε περίπτωση, την οποία θα πρέπει να εξετάσουμε προσεκτικά, αν επιτρέπεται να κάνουμε το μονό βελάκι της συνεπαγωγής μας διπλό ή όχι, κάνοντάς την δηλαδή ισοδυναμία.

Έστω π.χ. η πρόταση:

«Εάν κάποιος είναι Αθηναίος, είναι κάτοικος της Αττικής» Ισχυρός συλλογισμός (**Αληθής** πρόταση).

Και η αντίστροφή της:

«Εάν κάποιος είναι κάτοικος της Αττικής, τότε είναι Αθηναίος» Ανεπαρκής και ελαττωματικός συλλογισμός (**Ψευδής** γενικά πρόταση)

Άρα εδώ δεν μπορούμε να έχουμε μια ισοδυναμία, παρά μόνον την ευθεία πρώτη πρόταση.

Έστω επίσης η μαθηματική σχέση:

$2.x + 5 = 11$ και οι συνεπαγωγές:

$$\begin{aligned} 2.x + 5 = 11 &\Rightarrow (2.x + 5) + (-5) = 11 + (-5) \Rightarrow 2.x + [5 + (-5)] = 11 - 5 \Rightarrow \\ 2.x + 0 = 6 &\Rightarrow 2.x = 6 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (2.x) = \frac{1}{2} \cdot 6 \Rightarrow (1/2 \cdot 2).x = 6 \Rightarrow 1.x = 6 \Rightarrow \\ x &= 3 \end{aligned}$$

Όπου σε κάθε βήμα απόδειξης του τελικού συμπεράσματος ότι $x = 3$ ακολουθήσαμε και ένα θεώρημα ή αξίωμα των πραγματικών αριθμών. Στο πρώτο βήμα χρησιμοποιήσαμε το θεώρημα ότι τα αθροίσματα δυο ίσων αριθμών (εδώ τα δυο μέλη της εξίσωσης) με έναν τρίτο αριθμό (εδώ το -5) είναι ίσα. Στο δεύτερο βήμα χρησιμοποιήσαμε το αξίωμα της προσεταιριστικότητας των πραγματικών αριθμών ως προς την πράξη της πρόσθεσης. Στο τρίτο βήμα χρησιμοποιήσαμε το αξίωμα του ορισμού του αντιθέτου ενός πραγματικού αριθμού (για κάθε πραγματικό αριθμό a υπάρχει ένας αντίθετος αυτού αριθμός $-a$, ο οποίος προστιθέμενος με αυτόν δίνει το ουδέτερο στοιχείο της πρόσθεσης (το 0)). Στο τέταρτο βήμα χρησιμοποιήσαμε το αξίωμα της ύπαρξης ουδετέρου στοιχείου στην πρόσθεση των πραγματικών αριθμών (του 0), το οποίο προστιθέμενο σε οποιονδήποτε αριθμό δεν μεταβάλλει την τιμή του. Στο πέμπτο βήμα χρησιμοποιήσαμε το θεώρημα ότι εάν δυο αριθμοί είναι ίσοι, τότε και τα γινόμενά τους με έναν τρίτο αριθμό (εδώ το $\frac{1}{2}$) είναι ίσα. Στο έκτο βήμα χρησιμοποιήσαμε το αξίωμα της ύπαρξης του αντιστρόφου ενός πραγματικού αριθμού a διάφορου του μηδενός. Στο έβδομο βήμα χρησιμοποιήσαμε την προσεταιριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού (αξίωμα). Και στο όγδοο βήμα χρησιμοποιήσαμε την ύπαρξη ουδετέρου στοιχείου στον πολλαπλασιασμό (του 1), το οποίο πολλαπλασιαζόμενο με οποιονδήποτε αριθμό δεν μεταβάλλει την τιμή του.

Η απόδειξή μας λοιπόν αυτή, επειδή σε όλα τα βήματά της στηρίζεται σε αξιώματα και θεωρήματα της αριθμητικής θεωρίας και σε τίποτα άλλο πέρα από αυτά, καθώς επίσης στη λογική πράξη της συνεπαγωγής για την εξαγωγή όλων των επιμέρους συμπερασμάτων, μέχρι και του τελευταίου $x = 3$, είναι μια ισχυρή και συνεπής απόδειξη και το τελικό επομένως συμπέρασμά της $x = 3$ θεωρείται αληθές (ορθό).

Στην παραπάνω μέθοδο απόδειξης μέσω διαδοχικών συνεπαγωγών, κάθε επιμέρους συμπέρασμα γινόταν υπόθεση για την επόμενη στη σειρά υποθετική πρόταση (συνεπαγωγή) μέχρι και το τελευταίο βήμα.

Βέβαια, όπως θα θυμάστε από το σχολείο, δεν καθόμαστε κάθε φορά να κάνουμε όλη αυτή την μακρά αναλυτική τεκμηρίωση της ορθότητας της αποδεικτικής διαδικασίας που παρουσίασα παραπάνω, για να λύσουμε απλές εξισώσεις πρώτου βαθμού σαν αυτή, αλλά χρησιμοποιούμε διάφορα ισοδύναμα τεχνάσματα της μεταφοράς π.χ. ενός όρου από το ένα στο άλλο μέρος της εξίσωσης κάνοντας αντίθετες πράξεις, ξεκινώντας πάντα από τους προστιθεμένους ή αφαιρούμενους όρους και τελευταία τους πολλαπλασιαζόμενους ή διαιρούμενους όρους. Έτσι γράφουμε πιο γρήγορα:

$2x + 5 = 11 \Rightarrow 2x = 11 - 5$ (μεταφέρουμε το 5 από το πρώτο μέλος της εξίσωσης στο δεύτερο με αντίθετο πρόσημο) $\Rightarrow 2x = 6$ (κάνουμε την αναγωγή στο δεύτερο μέρος) $\Rightarrow x = 6/2 = 3$ (μεταφέρουμε τον πολλαπλασιαζόμενο συντελεστή του X από το πρώτο μέλος στο δεύτερο με αντίστροφη πράξη, δηλαδή τώρα διαιρώντας το δεύτερο μέλος με αυτόν).

Έχοντας αυτόν τον πρακτικό κανόνα στο μυαλό μας μπορούμε να λύσουμε την προηγούμενη εξίσωση και σε ένα μόνο βήμα:

$$2x + 5 = 11 \Rightarrow x = (11 - 5) / 2 = 3$$

Εκείνο που μας ενδιαφέρει επίσης εδώ είναι να ελέγξουμε αν μερικές ή όλες οι αρχικές συνεπαγωγές που χρησιμοποιήσαμε είναι στην πραγματικότητα ισοδυναμίες, δηλαδή αν ισχύουν και αντιστρόφως από δεξιά προς τα αριστερά:

Στο πρώτο βήμα που ακολουθήσαμε, μπορούμε με υπόθεση το συμπέρασμα $(2x + 5) + (-5) = 11 + (-5)$ να φτάσουμε σε συμπέρασμα στην αρχική υπόθεσή μας $2x + 5 = 11$; Μπορούμε, διότι ισχύει το θεώρημα του **νόμου διαγραφής** του ίδιου αριθμού από τα δύο μέλη μιας ισότητας. Παρόμοια ελέγχοντας όλα τα επόμενα βήματα παρατηρούμε ότι στην πραγματικότητα όλα τα επιμέρους συμπεράσματα μπορούν να θεωρηθούν και σαν υποθέσεις για την απόδειξη των αριστερών σχέσεων από αυτά (των προηγούμενων υποθέσεων). Επομένως εδώ δεν έχουμε στην πραγματικότητα μόνον συνεπαγωγές, αλλά ισοδυναμίες και θα μπορούσαμε έτσι να γράψουμε συνολικά ότι:

$$2x + 5 = 11 \Leftrightarrow x = 3$$

Εδώ λοιπόν η συνεπαγωγή ισχύει και σαν ισοδυναμία, αλλά δεν ισχύει πάντοτε και παντού. Π.χ. η συνεπαγωγή :

$x = 2 \Rightarrow x^2 = 4$ δεν είναι και ισοδυναμία, δηλαδή δεν ισχύει και αντίστροφα, διότι:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = 2 \text{ ή } x = -2 \text{ και όχι πάντα } x = 2!$$

Επομένως πρέπει να προσέχουμε πού θα βάζουμε συνεπαγωγές \Rightarrow και πού ισοδυναμίες \Leftrightarrow στην αποδεικτική διαδικασία μέσω διαδοχικών συνεπαγωγών που θα χρησιμοποιήσουμε. Αυτό ισχύει όχι μόνον στα μαθηματικά, αλλά παντού στη λογική σκέψη μας. Πρέπει να προσέχουμε πάντα ότι η ισχύς του συμπεράσματος δεν εξυπακούει πάντα και την ισχύ της υπόθεσης, με υπόθεση το συμπέρασμα.

Έχοντας ορίσει και την λογική πράξη της ισοδυναμίας μεταξύ δύο προτάσεων μπορούμε να προχωρήσουμε στη συνέχεια ακάθεκτοι στην απόδειξη των υπόλοιπων (των Βασικών τουλάχιστον) **Νόμων της Λογικής** χρησιμοποιώντας όλες τις πράξεις μεταξύ λογικών προτάσεων που έχουμε ορίσει μέχρι τώρα, δηλαδή, την άρνηση $\neg P$ μιας πρότασης P , τη σύζευξη $P \wedge Q$ δύο προτάσεων P και Q , τη διάζευξή τους $P \vee Q$, την συνεπαγωγή τους $P \Rightarrow Q$ και την ισοδυναμία τους $P \Leftrightarrow Q$.

Ξεκινάμε λοιπόν από το **Νόμο της Διπλής Άρνησης**

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΔΙΠΛΗΣ ΑΡΝΗΣΗΣ

Έστω η πρόταση P και η άρνηση της άρνησής της $\neg(\neg P)$ η οποία ονομάζεται **διπλή άρνηση**. Εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε ότι αυτή είναι ισοδύναμη με την πρόταση P , δηλαδή ότι $\neg(\neg P) \Leftrightarrow P$.

Ο πίνακας αληθείας αυτής της ισοδυναμίας είναι:

P	$\neg P$	$\neg(\neg P)$	$\neg(\neg P) \Leftrightarrow P$
A	Ψ	A	A
Ψ	A	Ψ	A

Δηλαδή μια ταυτολογία κι επομένως ένας **Νόμος της Λογικής**.

Ή αλλιώς όπως λέμε «δύο αρνήσεις κάνουν μία κατάφαση».

Από τον προηγούμενο πίνακα αληθείας παρατηρούμε ότι οι προτάσεις P και $\neg(\neg P)$ **παίρνουν τις ίδιες ακριβώς τιμές**. Γι' αυτό και η ισοδυναμία τους είναι μια ταυτολογία.

Γενικότερα **όταν δυο παρατάσεις παίρνουν τις ίδιες ακριβώς τιμές, η ισοδυναμία τους είναι μια ταυτολογία κι επομένως ένας Νόμος της Λογικής**.

Παρατηρούμε επίσης ότι αν έχουμε περισσότερες από δύο διαδοχικές αρνήσεις, τότε **ένα περιττό πλήθος αρνήσεων μιας πρότασης P είναι ισοδύναμο με την πρόταση $\neg P$, ενώ ένα άρτιο πλήθος αρνήσεων είναι ισοδύναμο με την πρόταση P** .

Έστω π.χ. η πρόταση:

«Δε σου είπα ότι δε σου είπα ότι δε σου είπα ότι δε σου είπα να πας στο φούρνο»

Τι έγινε τελικά σου είπα ή δε σου είπα;

Μετράω απλά τα «δεν» (τις αρνήσεις) σε αυτή τη σύνθετη πρόταση, τα οποία εδώ είναι 4, δηλαδή ένας άρτιος αριθμός. Επομένως αυτή είναι ισοδύναμη με την καταφατική πρόταση «Σου είπα να πας στο φούρνο!»

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΝΤΙΘΕΤΟΑΝΤΙΣΤΡΟΦΗΣ

Έστω ότι έχουμε προς απόδειξη την υποθετική πρόθεση $P \Rightarrow Q$.

Σχηματίζουμε την **αντιθετοαντίστροφη πρόταση** αυτής (αντίθετη και αντίστροφη συγχρόνως): $\neg Q \Rightarrow \neg P$. Θα αποδείξουμε ότι αυτή η αντιθετοαντίστροφη πρόταση είναι ισοδύναμη με την αρχική $P \Rightarrow Q$, δηλαδή ότι η πρόταση:

$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (\neg Q \Rightarrow \neg P)$ είναι μια ταυτολογία.

Σχηματίζουμε τον αντίστοιχο πίνακα αληθείας και έχουμε:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p \Rightarrow q$	$(\neg q \Rightarrow \neg p)$	$(p \Rightarrow q) \wedge (\neg q \Rightarrow \neg p)$
A	A	Ψ	Ψ	A	A	A
A	Ψ	Ψ	A	Ψ	Ψ	A
Ψ	A	A	Ψ	A	A	A
Ψ	Ψ	A	A	A	A	A

Τι μας δείχνει αυτός ο σπουδαίος Νόμος της Λογικής;

Ότι **αν δεν είναι εύκολη** καμιά φορά **η απόδειξη μιας υποθετικής πρότασης $P \Rightarrow Q$** , μπορούμε να **διαλέξουμε να αποδείξουμε αντί αυτής την ισοδύναμή της αντιθετοαντίστροφη πρόταση $(\neg Q) \Rightarrow (\neg P)$** , η απόδειξη της οποίας μπορεί να είναι **ευκολότερη από την απόδειξη της ευθείας πρότασης**.

Έστω ότι θέλουμε να αποδείξουμε τη μαθηματική πρόταση:

(I) «Αν το τετράγωνο ενός φυσικού αριθμού είναι περιττός αριθμός, τότε ο αριθμός αυτός είναι επίσης περιττός».

Η αντιθετοαντίστροφη πρόταση αυτής είναι η εξής:

«Εάν ένας αριθμός δεν είναι περιττός, τότε το τετράγωνό του δεν είναι περιττός αριθμός».

Ή ισοδύναμα:

(II) «Εάν ένας αριθμός είναι άρτιος, τότε το τετράγωνό του είναι άρτιος αριθμός».

Διότι όταν ένας αριθμός **δεν είναι περιττός**, λόγω του νόμου της αποκλίσεως του τρίτου, **θα είναι αναγκαστικά άρτιος**.

Αντί λοιπόν να αποδείξουμε την πρόταση (I), μπορούμε ευκολότερα να αποδείξουμε την ισοδύναμη με αυτήν αντιθετοαντίστροφη πρόταση (II)

Προχωράμε λοιπόν την απόδειξή μας ως εξής:

Έστω $n = 2k$ ένας άρτιος φυσικός αριθμός.

(τον γράφουμε σαν ένα πολλαπλάσιο του δύο, για να δείξουμε ακριβώς ότι είναι άρτιος).

Το τετράγωνό του θα είναι τότε:

$n^2 = 2k \cdot 2k = 4k^2 = 2 \cdot (2k^2)$, δηλαδή πολλαπλάσιο του 2 κι επομένως άρτιο και αυτό.

Άρα ισχύει η πρόταση (II)

Επομένως θα ισχύει και η αρχική πρόταση (I).

Έστω η πρόταση:

«Εάν ο Θεός υπάρχει, τότε είναι πανάγαθος».

Εάν αυτή είναι αληθής, τότε θα είναι αληθής και η αντιθετοαντίστροφη πρόταση:

«Εάν ο Θεός δεν είναι πανάγαθος, τότε δεν υπάρχει!»

Ποια από τις δυο είναι πιο εύκολο για σας να αποδείξετε ή να διαψεύσετε;

Υπάρχουν πολλά άλλα παραδείγματα αυτής της λογικής μεθόδου αποδείξεως (της αντιθετοαντιστροφής) που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τόσο στα μαθηματικά όσο και στη φιλοσοφία,

Προσοχή ο Νόμος της Αντιθετοαντιστροφής δεν πρέπει να μπερδεύεται με το Νόμο της Απαγωγής σε Άτοπο, που θα αναπτύξουμε αμέσως παρακάτω.

Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΠΑΓΩΓΗΣ ΣΕ ΑΤΟΠΟ

Έστω οι προτάσεις:

$$\mathbf{P \Rightarrow Q \text{ και } (P \wedge \neg Q) \Rightarrow R \wedge (\neg R)}$$

Το συμπέρασμα $\mathbf{R \wedge (\neg R)}$ της δεύτερης είναι βασικά ο Νόμος της Αντίφασης, δηλαδή μια ψευδολογία (ή αυτοαντίφαση), οπότε παίρνει παντού την τιμή Ψ. Σχηματίζουμε τον πίνακα αληθείας των δύο αυτών προτάσεων :

p	q	¬q	p⇒q	p ∧ (¬q)	r ∧ (¬r)	(p ∧ ¬q) ⇒ r ∧ (¬r)
A	A	Ψ	A	Ψ	Ψ	A
A	Ψ	A	Ψ	A	Ψ	Ψ
Ψ	A	Ψ	A	Ψ	Ψ	A
Ψ	Ψ	A	A	Ψ	Ψ	A

Παρατηρούμε σε αυτόν ότι οι προτάσεις αυτές, δηλαδή:

$$\eta \mathbf{P \Rightarrow Q} \text{ και } \eta \mathbf{(P \wedge \neg Q) \Rightarrow (R \wedge \neg R)}$$

Παίρνουν παντού τις ίδιες ακριβώς τιμές. Επομένως είναι ισοδύναμες και η ισοδυναμία τους :

$$\mathbf{P \Rightarrow Q \Leftrightarrow [(P \wedge (\neg Q)) \Rightarrow (R \wedge \neg R)]}$$

Αποτελεί μια ταυτολογία και επομένως ένα Νόμο της Λογικής. Αυτός ακριβώς είναι ο Νόμος της Απαγωγής σε Άτοπο, τον οποίο θα πρέπει να καταλάβουμε πολύ καλά.

Τι μας λέει στην πραγματικότητα αυτός ο Νόμος; Ότι αντί να αποδείξουμε μια υποθετική πρόταση $\mathbf{P \Rightarrow Q}$ (εάν P τότε Q), όταν είναι δύσκολη η απόδειξή της, μπορούμε να αποδείξουμε μια άλλη ισοδύναμη με αυτήν υποθετική πρόταση που ερμηνεύεται ως εξής:

Υποθέτω (σα μια νέα υπόθεση) ότι αληθεύει η αρχική υπόθεση P, αλλά δεν αληθεύει το συμπέρασμα Q στο οποίο θέλω να καταλήξω και με βάση την υπόθεση αυτή καταλήγω σε μια αντίφαση (ένα αντιφατικό νέο συμπέρασμα) . Αφού όμως η λογική που χρησιμοποίησα είναι ορθή (η δεύτερη συνεπαγωγή), δεν μπορεί να είναι ορθή η δεύτερη υπόθεση, διότι με ορθή υπόθεση και ορθή λογική (συνεπαγωγή) καταλήγω πάντα σε ορθό συμπέρασμα, όπως βεβαιώνει άλλωστε ο **κανόνας αποσπάσεως** και ποτέ σε μια αυτοαντίφαση. Επομένως η υπόθεσή μου είναι εσφαλμένη. Άρα

δεχόμενοι την ισχύ της P, δεν μπορεί να ισχύει η άρνηση (-Q), οπότε αναγκαστικά θα ισχύει η Q!

Με άλλα λόγια:

Αντί να αποδείξουμε τη συνεπαγωγή «εάν P, τότε Q», δηλαδή ότι η πρόταση Q είναι η λογική συνέπεια της πρότασης P, υποθέτουμε ότι ισχύει η P και ότι δεν ισχύει η Q και με βάση αυτή την υπόθεση οδηγούμαστε σε μια αυτοαντίφαση δηλαδή ότι ισχύει και δεν ισχύει συγχρόνως μια άλλη πρόταση R (πράγμα που είναι άτοπο με βάση το νόμο της αντιφάσεως). Το ότι οδηγούμαστε σε άτοπο με βάση αυτή την υπόθεση σημαίνει ότι η υπόθεσή μας είναι εσφαλμένη κι επομένως δεν μπορεί να ισχύει συγχρόνως η P και η «όχι Q». Άρα αν ισχύει η P, θα ισχύει σίγουρα και η Q.

Ένα παράδειγμα από τη Γεωμετρία:

Έστω η υποθετική πρόταση (Θεώρημα) της Ευκλείδειας Γεωμετρίας:

«Αν μια ευθεία τέμνει τη μία από δυο άλλες παράλληλες μεταξύ τους ευθείες, θα τέμνει σίγουρα και την άλλη».

Μπορούμε να αποδείξουμε αυτό το θεώρημα χρησιμοποιώντας το νόμο της απαγωγής σε άτοπο και να σκεφθούμε ως εξής:

Έστω ότι αυτή η τρίτη ευθεία που τέμνει τη μία από τις δυο παράλληλες ευθείες δεν τέμνει τη δεύτερη απ' αυτές. Τότε όμως, αφού δεν τη τέμνει, θα είναι παράλληλη με αυτή κι επομένως και με τη πρώτη ευθεία (γιατί ένα άλλο θεώρημα της Γεωμετρίας λέει ότι αν μια ευθεία είναι παράλληλη προς μια από δυο παράλληλες ευθείες, θα είναι παράλληλη και προς την άλλη). Επομένως η τρίτη ευθεία, σαν παράλληλη προς τη πρώτη από τις δυο παράλληλες ευθείες δε θα την έτεμνε. Αυτό όμως είναι άτοπο, γιατί ήδη έχουμε υποθέσει ότι τέμνει τη πρώτη ευθεία. Επομένως η υπόθεσή μας ότι δεν τέμνει τη δεύτερη ήταν εσφαλμένη. Άρα η τρίτη ευθεία θα τέμνει και τη δεύτερη παράλληλη.

Υπάρχουν πολλές τέτοιους είδους αποδείξεις Γεωμετρικών θεωρημάτων με τη Μέθοδο της Απαγωγής σε Άτοπο εκμεταλλευόμενοι τον αντίστοιχο Νόμο της Λογικής.

ΑΛΛΟΙ ΝΟΜΟΙ ΤΗΣ ΤΥΠΙΚΗΣ ΛΟΓΙΚΗΣ

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΥΠΟΘΕΤΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ

$$(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

Δηλαδή **αν η Q είναι λογική συνέπεια της P και η R λογική συνέπεια της Q, τότε η R είναι λογική συνέπεια της P**

Αλλιώς: αν ισχύουν οι συνεπαγωγές $P \Rightarrow Q$ και $Q \Rightarrow R$, τότε ισχύει και η $P \Rightarrow R$

(μεταβατική ιδιότητα στη συνεπαγωγή)

ΝΟΜΟΣ ΔΙΑΖΕΥΚΤΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ

$$(-P) \wedge (P \vee Q) \Rightarrow Q$$

Δηλαδή αν ισχύει η P ή η Q και δεν ισχύει η P, τότε προφανώς ισχύει η Q .

Ώστε από την $P \vee Q$ και την όχι P συμπεραίνω Q

ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟΥ ΔΙΛΗΜΑΤΟΣ

$$[(P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow T) \wedge (P \vee R)] \Rightarrow (Q \vee T)$$

Δηλαδή αν η Q είναι λογική συνέπεια της P και συγχρόνως η T είναι λογική συνέπεια της R (δηλαδή αν ισχύουν συγχρόνως οι συνεπαγωγές $P \Rightarrow Q$ \wedge $R \Rightarrow T$ και συγχρόνως ισχύει ή η P ή η R, τότε θα ισχύει ή το συμπέρασμα Q ή το συμπέρασμα T.

ΑΠΟΡΡΟΦΗΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow P \wedge Q)$$

Δηλαδή αν η πρόταση Q είναι λογική συνέπεια της πρότασης P, τότε η διάζευξη $P \wedge Q$ είναι λογική συνέπεια της πρότασης P (με άλλα λόγια αν ισχύει η P, τότε θα ισχύει και η Q, οπότε θα ισχύουν και οι δυο συγχρόνως, δηλαδή θα ισχύει η σύζευξή τους $P \wedge Q$)

ΝΟΜΟΣ ΤΩΝ ΔΥΝΑΤΩΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΩΝ

$$[(P \Rightarrow Q) \wedge (-P) \Rightarrow Q] \Leftrightarrow Q$$

Δηλαδή αν η πρόταση Q είναι λογική συνέπεια τόσο της πρότασης P όσο και της "όχι P", τότε σίγουρα θα ισχύει. Είναι δηλαδή σαν με βάση το νόμο της αποκλίσεως του τρίτου να διακρίνουμε τις μόνες δυνατές περιπτώσεις για τη πρόταση P: να ισχύει ή να μην ισχύει. Αν τώρα με βάση ότι ισχύει αποδείξουμε ότι ισχύει η Q και μετά με βάση ότι δεν ισχύει η P αποδείξουμε πάλι ότι ισχύει η Q, τότε η Q θα ισχύει σε όλες τις δυνατές περιπτώσεις.

ΝΟΜΟΣ ΕΞΑΓΩΓΗΣ

$$[P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)] \Leftrightarrow [(P \wedge Q) \Rightarrow R]$$

Δηλαδή αντί να αποδείξουμε ότι η συνεπαγωγή $Q \Rightarrow R$ είναι μια λογική συνέπεια της πρότασης P, μπορούμε να αποδείξουμε ότι η πρόταση R είναι

μια λογική συνέπεια της σύζευξης $P \wedge Q$. Με άλλα λόγια αν με βάση την υπόθεση ότι ισχύουν συγχρόνως οι P και Q αποδείξουμε ότι ισχύει και η πρόταση R , τότε είναι σα να έχουμε αποδείξει ότι με βάση την υπόθεση P (ή ότι αν ισχύει η P), τότε ισχύει και η συνεπαγωγή $Q \Rightarrow R$ (δηλαδή ότι αν ισχύει η Q , θα ισχύει και η R)

ΑΡΝΗΣΗ ΤΗΣ ΥΠΟΘΕΣΗΣ ΛΟΓΩ ΑΝΤΙΦΑΤΙΚΟΥ ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΟΣ

$$[P \Rightarrow Q \wedge (-Q)] \Rightarrow (-P)$$

Αν δηλαδή με βάση ότι ισχύει η P φτάσω σε αυτοαντίφαση, τότε δεν ισχύει η P

ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ DE MORGAN

$$\begin{aligned} - (P \vee Q) &\Leftrightarrow (-P) \wedge (-Q) && \text{Άρνηση της Διάζευξης} \\ - (P \wedge Q) &\Leftrightarrow (-P) \vee (-Q) && \text{Άρνηση της Σύζευξης} \end{aligned}$$

ΣΥΖΕΥΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Αν ισχύουν οι P, Q , τότε θα ισχύει και η σύζευξή τους $P \wedge Q$. Αντίστροφα αν ισχύει η σύζευξη $P \wedge Q$, τότε ισχύει η P και η Q .

ΠΡΟΣΘΕΤΙΚΟΣ ΝΟΜΟΣ

Αν ισχύει η P , τότε ισχύει και η διάζευξή της με οποιαδήποτε πρόταση Q (δηλαδή η $P \vee Q$).

ΑΛΛΟΙ ΝΟΜΟΙ ΜΕ ΣΥΝΕΠΑΓΩΓΕΣ

$$\begin{aligned} (P \Rightarrow Q) &\Rightarrow (P \vee R \Rightarrow Q \vee R) \\ (P \Rightarrow Q) &\Rightarrow (P \wedge R \Rightarrow Q \wedge R) \\ (P \Leftrightarrow Q) &\Rightarrow [(P \vee R) \Leftrightarrow (Q \vee R)] \\ (P \Leftrightarrow Q) &\Rightarrow [(P \wedge R) \Leftrightarrow (Q \wedge R)] \\ (P \Leftrightarrow Q) \wedge (Q \Leftrightarrow R) &\Rightarrow (P \Leftrightarrow R) \\ (P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S) &\Rightarrow (P \wedge R) \Rightarrow (Q \wedge S) \\ (P \Rightarrow Q) \wedge (R \Rightarrow S) &\Rightarrow (P \vee R) \Rightarrow (Q \vee S) \\ (P \Leftrightarrow Q) \wedge (R \Leftrightarrow S) &\Rightarrow (P \wedge R) \Leftrightarrow (Q \wedge S) \\ (P \Leftrightarrow Q) \wedge (R \Leftrightarrow S) &\Rightarrow (P \vee R) \Leftrightarrow (Q \vee S) \end{aligned}$$

ΝΟΜΟΙ ΑΝΤΙΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

Αντικατάσταση της Σύζευξης

$$P \wedge Q \Leftrightarrow \neg(\neg P) \vee (\neg Q)$$

Ανικατάσταση της Διάζευξης

$$P \vee Q \Leftrightarrow \neg[(-P) \wedge (-Q)]$$

Αντικατάσταση της Συνεπαγωγής

$$(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow [(-P) \vee Q]$$

Αντικατάσταση της Ισοδυναμίας

$$(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow [(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow P)]$$

ΑΝΤΙΜΕΤΑΘΕΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ

$$P \vee Q \Leftrightarrow Q \vee P$$

$$P \wedge Q \Leftrightarrow Q \wedge P$$

$$(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (Q \Leftrightarrow P)$$

Με άλλα λόγια σε μια διάζευξη, σύζευξη ή ισοδυναμία δεν παίζει ρόλο ποιο είναι το πρώτο μέλος και ποιο το δεύτερο (αντιμεταθετική ιδιότητα). Όλες οι παραπάνω εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι δίνουν ταυτολογίες.

Υπάρχουν αντίστοιχα προσεταιριστικοί και επιμεριστικοί νόμοι.

ΠΡΟΣΕΤΑΙΡΙΣΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ

Προσεταιριστικός Νόμος ως προς τη Διάζευξη

$$(P \vee Q) \vee R \Leftrightarrow P \vee (Q \vee R)$$

Προσεταιριστικός Νόμος ως προς τη Σύζευξη

$$(P \wedge Q) \wedge R \Leftrightarrow P \wedge (Q \wedge R)$$

Προσεταιριστικός Νόμος ως προς τηςν Ισοδυναμία

$$[(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow R] \Leftrightarrow [P \Leftrightarrow (Q \Leftrightarrow R)]$$

ΕΠΙΜΕΡΙΣΤΙΚΟΙ ΝΟΜΟΙ

Επιμεριστικός Νόμος της Διάζευξης ως προς τη Σύζευξη

$$P \vee (Q \wedge R) \Leftrightarrow (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Σύζευξης ως προς τη Διάζευξη

$$P \wedge (Q \vee R) \Leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Διάζευξης ως προς τη Συνεπαγωγή

$$[P \vee (Q \Rightarrow R)] \Leftrightarrow (P \vee Q) \Rightarrow (P \vee R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Διάζευξης ως προς την Ισοδυναμία

$$[P \vee (Q \Leftrightarrow R)] \Leftrightarrow (P \vee Q) \Leftrightarrow (P \vee R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Ισοδυναμίας ως προς τη Σύζευξη

$$[P \Leftrightarrow (Q \wedge R)] \Leftrightarrow (P \Leftrightarrow Q) \wedge (P \Leftrightarrow R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Συνεπαγωγής ως προς τη Σύζευξη

$$[P \Rightarrow (Q \wedge R)] \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Συνεπαγωγής ως προς τη Διάζευξη

$$[P \Rightarrow (Q \vee R)] \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q) \vee (P \Rightarrow R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Συνεπαγωγής ως προς τη Συνεπαγωγή

$$[P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)] \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q) \Rightarrow (P \Rightarrow R)$$

Επιμεριστικός Νόμος της Συνεπαγωγής ως προς την Ισοδυναμία

$$[P \Rightarrow (Q \Leftrightarrow R)] \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow R)$$

Αυτοί είναι οι βασικοί Νόμοι της Τυπικής Λογικής και με βάση αυτούς, υποτίθεται, πρέπει να διαλογιζόμαστε για την εξαγωγή σωστών συμπερασμάτων.

Οι σπουδαιότεροι απ' όλους τους συμπερασματικούς νόμους είναι ο **Κανόνας Αποσπάσεως**, ο **Κανόνας Συλλογισμού (Διαλογισμού) Αρνητικής μορφής**, ο **Κανόνας Υποθετικού Συλλογισμού**, ο **Κανόνας Διαζευκτικού Συλλογισμού**, ο **Προσθετικός Κανόνας**, ο **κανόνας της Σύζευξης** και ο **Κανόνας της Ισοδυναμίας**.

Κατά την άποψή μου ο σπουδαιότερος όλων είναι ο **Κανόνας Αποσπάσεως**, τον οποίο δύσκολα μπορούν να αρνηθούν και οι άλλες σύγχρονες Λογικές που δε δέχονται το Νόμο της Μη Αντίφασης και της Αποκλίσεως του Τρίτου.

Καλό λοιπόν είναι, αν χρησιμοποιούμε τη τυπική αυτή λογική (και ποιος δεν τη χρησιμοποιεί άλλωστε; Όλα τα μαθηματικά του Γυμνασίου είναι δομημένα πάνω σε αυτήν), να προσπαθούμε να συλλογιζόμαστε και να

εξάγουμε συμπεράσματα μέσω αυτών των κανόνων, διατηρώντας ωστόσο τις επιφυλάξεις μας ως προς την καθολική ισχύ τους ή τις δυνατότητες αυτής της Λογικής - επιφυλάξεις πολλές από τις οποίες ήδη αναφέραμε.

Δε μας μένει παρά να αναφέρουμε κάποια στιγμή πολύ συνοπτικά όλες τις άλλες μοντέρνες Λογικές που έχουν δημιουργηθεί μέχρι τώρα και σε τι αυτές διαφέρουν από την Τυπική αυτή παραδοσιακή Λογική. Τελευταίο θα αναφέρουμε το περίφημο **Θεώρημα της Μη Πληρότητας** του Γκέντελ που θέτει σαφή όρια ως προς τις δυνατότητες οποιουδήποτε κλειστού αξιωματικού συστήματος, με άλλα λόγια οποιασδήποτε Λογικής!

Μετά από όλα αυτά πιστεύω πως θα έχουμε μια άλλη άποψη για τη Λογική και τις υποτιθέμενες σούπερ ικανότητές της και γενόμενοι έτσι πιο σοφοί η άγνοιά μας δυστυχώς θα μεγαλώσει!

Αυτό ακριβώς δηλώνει το «εν οίδα ότι ουδέν οίδα». Όσο ψάχνεις, όσο μαθαίνεις, όσο γνωρίζεις, τόσο πιο πολύ μεγαλώνει η άγνοιά σου!

Μόνον τα κλειστά, δογματικά συστήματα δημιουργούν σταθερή, αυξανόμενη «γνώση».

Τα ανοιχτά, ελεύθερα συστήματα δημιουργούν Βίωμα, Εγρήγορση, Διάισθηση και Κατανόηση, χωρίς την ανάγκη εννοιολογισμού, ερμηνείας ή «γνώσης».

Αλλά δεν είναι αυτός λόγος για να στρέψουμε την πλάτη μας στη Λογική. Γιατί ποτέ δε θα την ξεπεράσουμε πραγματικά με αυτό τον τρόπο! Πρέπει να γνωρίσουμε πολύ καλά την εννοιολογική γνώση για να μπορέσουμε να απελευθερωθούμε τελικά από αυτήν. Πρέπει να μάθουμε για να μπορέσουμε να ξεμάθουμε. Τότε θα είμαστε πολύ πιο πλούσιοι και γεμάτοι από αυτούς που ποτέ δεν έμαθαν τίποτα και ήταν, υποτίθεται, πάντα σε αρμονία με τον εσωτερικό τους εαυτό, αδιαφορώντας για τη Λογική και τη Γνώση. Ο μύσχος ο σιτευτός όμως δε θα σφαχτεί ποτέ γι' αυτούς, παρά μόνον για τους παραπλανημένους στους κόσμους της λογικής και της εννοιολογικής γνώσης που επιστρέφουν ξανά κάποια στιγμή στον κόσμο της σιωπηλής, μη εννοιολογικής γνώσης όπου βρισκόταν κάποτε η ανθρωπότητα φέρνοντας πίσω τους πλούσια δώρα, όπως τονίζει και ο Δον Χουάν στον Καστανέντα, ένα από τα οποία είναι η Κατανόηση!

Χρειάζεται λοιπόν να φτάσουμε το νου στα όρια του, για να μπορέσουμε να τον ξεπεράσουμε. Αν δεν τον φτάσουμε στα όρια του, τότε δυστυχώς θα συνεχίσουμε να τον λατρεύουμε και δε θα μπορέσουμε ποτέ να προχωρήσουμε πέρα από αυτόν ή - αν δεν υπάρχει τίποτα άλλο πέρα από αυτόν - να προχωρήσουμε βαθύτερα σε αυτόν, στις ά-λογες εγρηγορικές και ολιστικές δυνατότητές του.

Η ΑΛΓΕΒΡΑ BOOL

Η Άλγεβρα Bool ορίζεται σε μια άλγεβρα δύο τιμών (0 και 1) που περιλαμβάνει τις πράξεις \wedge («και» ή "and") και \vee («ή» ή "or") και

συμπλήρωμα («όχι» ή "not"). Σε αυτήν τα δυαδικά ψηφία (bits) 0 και 1 μπορούν να θεωρηθούν σαν τα αντίστοιχα της Αλήθειας (1) και του Ψεύδους (0) της Τυπικής Λογικής που εξετάσαμε μέχρι τώρα.

Και αυτή η άλγεβρα είναι ένα κλειστό αξιωματικό σύστημα που ορίζεται έτσι ώστε να ικανοποιεί ορισμένες ιδιότητες, όπως π.χ. την προσεταιριστικότητα ως προς το «και» και το «ή», την αντιμεταθετικότητα, και την συμπληρωματικότητα, όπως ότι $a \vee (-a) = 1$ και $a \wedge (-a) = 0$, με το τελευταίο να αντιστοιχεί στο Νόμο της Αντίφασης της Τυπικής Λογικής κ.λ.π.

Γενικά η εφαρμογή της Άλγεβρας Bool στη Λογική (Boolean Logic), με την αντιστοιχία όπως είπαμε του 0 με το ψευδές (Ψ) και του 1 με το αληθές (A), της πράξης «και» με τη **Σύζευξη**, της πράξης «ή» με τη **Διάζευξη** και της πράξης του συμπληρώματος «όχι» με την **Άρνηση** της Τυπικής Λογικής, παράγει μια αντίστοιχη και ισοδύναμη με αυτήν λογική, ιδίως όταν οριστούν ανάλογα η συνεπαγωγή και η ισοδυναμία.

Η άλγεβρα Bool χρησιμοποιείται και στη σχεδίαση ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Σε αυτή την περίπτωση τα δυαδικά ψηφία 0 και 1 αντιπροσωπεύουν τις δύο διαφορετικές καταστάσεις του ενός μπιτ σε ένα ψηφιακό κύκλωμα (περνά, δεν περνά ρεύμα ή συνήθως υψηλής και χαμηλής τάσης). Εδώ το «και» λέγεται **πρόσθεση** και σημειώνεται με + και το «ή» **πολλαπλασιασμός** και σημειώνεται με .

Σημειώνω επίσης ξανά ότι στον κόσμο της Φιλοσοφίας η πιο εκρηκτική Λογική, κατά την κλασική έννοια και την Αρχή της Έκρηξης, είναι η **Διαλεκτική** που δέχεται τη διαρκή ροή και μεταβολή όλων των πραγμάτων και απορρίπτει το Νόμο της Ταυτότητας, το Νόμο της μη Αντίφασης και το Νόμο της Αποκλίσεως του Τρίτου, τοποθετώντας στη θέση τους την **Αρχή της Διαλεκτικής Ενότητας (ή Συμπληρωματικότητας) των Αντιθέτων** και την **Αρχή της Καθολικής Σύνδεσης και Αλληλεπίδρασης** όλων των πραγμάτων μεταξύ τους.

Σύμφωνα με τη Διαλεκτική ένα πράγμα μπορεί να είναι συγχρόνως και A και όχι A! και κάθε προσδιορισμός είναι Άρνηση. Αν προσπαθήσουμε να ορίσουμε το A σαν A, δίνοντάς του διάφορους προσδιορισμούς και χαρακτηριστικά γνωρίσματα, τότε, μια και το A, όπως και όλα τα πράγματα, βρίσκεται σε μια διαρκή κίνηση και μεταβολή, αυτό καταλήγει στο τέλος να αρνηθεί τους προσδιορισμούς του και να γίνει όχι A. "Το πεπερασμένο", λέει ο Χέγκελ, "είναι αυτό που υπάρχει μέχρι τα όρια του, είναι συνυφασμένο με την ύπαρξη των ορίων του. Άμα όμως έχουμε ορίσει τα όρια ενός πράγματος, τότε μπορούμε να τα ξεπεράσουμε. Το πεπερασμένο αρνείται έτσι συνεχώς τα όρια του, τον εαυτό του, και γίνεται άπειρο!". Υπάρχουν θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα που μας αποδεικνύουν ότι το σύμπαν είναι πεπερασμένο. Υπάρχουν άλλα θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα που μας αποδεικνύουν ότι το σύμπαν είναι άπειρο. Τι είναι λοιπόν τελικά το σύμπαν πεπερασμένο, ή άπειρο; Τι είναι το ηλεκτρόνιο σωματίδιο ή κύμα; Η φαινομενική αντίθεση και ο αμοιβαίος αποκλεισμός αυτών των εννοιών αίρεται με την αρχή της διαλεκτικής ενότητας των αντιθέτων, σύμφωνα με την οποία και οι δυο απόψεις είναι σωστές και η απάντηση

που δίνουμε κάθε φορά εξαρτάται από τον τρόπο που κοιτάμε την ίδια ολική πραγματικότητα, εξαρτάται από την οπτική μας γωνία, την προοπτική μας. Οι δυο αντίθετες έννοιες δεν είναι εχθρικές, αλλά συμπληρωματικές και ενοποιούνται σε μια ανώτερη πραγματικότητα, με τον ίδιο τρόπο που ενοποιούνται τα Κινέζικα αρχέτυπα Γιν και Γιανγκ στην ύστατη πραγματικότητα του Ταό.

Σύμφωνα με τη διαλεκτική η βασική μας παρανόηση, το βασικό λάθος της λογικής μας οφείλεται στην ίδια τη γλώσσα μας που χρησιμοποιεί στατικές έννοιες όπως τα ουσιαστικά, που μας δίνουν την αίσθηση ότι τα αντικείμενα που αντιπροσωπεύουν υπάρχουν σταθερά και μόνιμα σαν ουσιαστικές πραγματικότητες ενός "αντικειμενικού" κόσμου, με άλλα λόγια ενός κόσμου έξω και ανεξάρτητου από εμάς. Μια μεγάλη επίσης παρανόηση οφείλεται και στη χρησιμοποίηση του ρήματος *είναι*, το οποίο δημιουργεί μια ιδιαίτερη αίσθηση μονιμότητας, σταθερότητας και αντικειμενικότητας στα πράγματα στα οποία αναφέρεται. Τα πράγματα όμως βρίσκονται σε μια διαρκή ροή σ' ένα συνεχές γίγνεσθαι. Δεν υπάρχει κανένα πράγμα που να *είναι*, να προσδιορίζεται σαν Α, γιατί το προσδιορισμένο Α αρνείται τον εαυτό του και γίνεται όχι Α. Προχωρούμε συνεχώς προς την Ανατολή και φθάνουμε στο τέλος στη Δύση. Προχωρούμε προς το Βορρά και φθάνουμε στο Νότο. Το πεπερασμένο αρνείται συνεχώς τα προσδιορισμένα όρια του και γίνεται άπειρο. Το δεξιά γίνεται αριστερά, όταν στραφούμε κατά 180°, και το πάνω, κάτω. Το ίδιο πράγμα είναι συγχρόνως και δεξιά και αριστερά, και πάνω και κάτω, και άπειρο και πεπερασμένο, και σωματίδιο και κύμα, και κινούμενο και ακίνητο, και υπάρχει και δεν υπάρχει, ανάλογα με την προοπτική μας και την εστίαση της προσοχής μας κάθε φορά.

ΤΑ ΠΑΡΑΔΟΞΑ ΤΟΥ ΖΗΝΩΝΑ

Τα λογικά αυτά παράδοξα είναι πολύ σημαντικά και εγείρουν πλήθος ερωτήματα για την αντικειμενικότητα του χώρου και της κίνησης.

ΕΡΙΣΤΙΚΗ ΔΙΑΛΕΚΤΙΚΗ

Η έννοια του «εριστικού» ή φιλόνομου αποδόθηκε από τον Πλάτωνα στους Σοφιστές (τους οποίους δυστυχώς ποτέ δεν κατάλαβε!) και χρησιμοποιήθηκε με την ίδια έννοια από τον Αριστοτέλη και τους μεταγενέστερους δηλώνοντας τον «σοφιστή» με τη σημερινή, αρνητική από την προπαγάνδα των Πλατωνιστών και Αριστοτελιστών σημασία του υποτιθέμενου «διαστροφέα» της αλήθειας. Οι Σοφιστές όμως δεν πίστευαν στην ύπαρξη καμιάς αντικειμενικής αλήθειας και με βάση αυτή την άποψη τους μιλούσαν, οπότε ποια αλήθεια διέστρεφαν; Την ιδεαλιστική βέβαια δογματική «αλήθεια» του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη, γι' αυτό και αυτοί τους κατηγορούσαν, διότι με τις ενστάσεις τους και την οξύνοη επιχειρηματολογία τους κλόνιζαν επικίνδυνα τα δογματικά κάστρα τους!

Ιστορικά όμως οι Σοφιστές έχασαν και κέρδισαν οι Πλατωνιστές και οι Αριστοτελικοί που έγραψαν και μετά την ιστορία με τον γνωστό απaráλλακτο τρόπο που γράφουν την ιστορία οι νικητές... Ο σοβαρός όμως μελετητής και ερευνητής δε μένει στην διατυπωμένη «αλήθεια» των νικητών, αλλά προχωρά πιο βαθιά και στη μελέτη των αντιπάλων τους και γιατί αυτοί ήσαν τόσο κακοί, όπως τους περιγράφουν οι νικητές... Μελετώντας λοιπόν βαθιά ανακαλύπτει πολλές φορές τη διαστρέβλωση της πραγματικότητας και πώς το σχετικά «καλό» έγινε απόλυτα «κακό» και πώς το σχετικά «κακό» έγινε απόλυτα «καλό»!

Ο Σοφιστής ήταν ο αρχαίος σοφός, απ' όπου παράγεται ετυμολογικά και η λέξη, αλλά πού όμως την κατάντησαν οι νικητές ιδεαλιστές δογματιστές με την προπαγάνδα τους....

Εριστική Διαλεκτική είναι λοιπόν η τέχνη της πειθούς, η τέχνη του να έχεις πάντα δίκιο ή να φαίνεσαι ότι έχεις, παρότι μπορεί να έχεις άδικο. Οι Σοφιστές χρησιμοποίησαν, ναι, τη τέχνη της πειθούς, κάνοντας ακόμα και τον «ήττονα λόγον κρείττονα» με την επιχειρηματική τους δεινότητα, αλλά ποτέ δεν διαλάλησαν ότι ήσαν οι σωστοί και οι δίκαιοι ή οι κάτοχοι της μίας και μοναδικής αλήθειας. Τουναντίον διακήρυτταν και αποδείκνυαν με αυτόν τον τρόπο, με το να μπορούν να υποστηρίξουν ισχυρά τόσο τη θέση όσο και την αντίθεση, τόσο το λόγο όσο και τον αντίλογο, ότι **δεν υπάρχει καμιά αντικειμενική αλήθεια ή κριτήριο ορθότητας και ότι στην πραγματικότητα τα πάντα είναι υποκειμενικά, με γνώμονα όλων των πραγμάτων τον ίδιο τον άνθρωπο**. Οι ίδιοι έτσι γνώριζαν πολύ καλά ότι όταν έπειθαν τους άλλους με τη ρητορική τους δεινότητα, στην πραγματικότητα η γνώμη τους δεν ήταν διόλου καλύτερη ή αληθέστερη αυτών, παρά μόνον «πειστικότερη» στα αυτιά των αδαών συνήθως ακροατηρίων...

Έπειθε απλά χαϊδεύοντας με τέχνη τα αυτιά της άγνοιας!

Ο λόγος γι' αυτούς, όπως ακριβώς τον όρισε ο Σοφιστής Γοργίας, ήταν ένας «**Μεγάλος Δυνάστης**» ένας τύραννος που μπορεί να επιβληθεί στους άλλους με το πρόσχημα δήθεν της αληθότητάς του, ένας τύραννος που μπορεί να παρασύρει τους αδαείς οπουδήποτε, ακόμα και στον γκρεμό!

Οι Σοφιστές κορόιδευαν τη Λογική και την «τέχνη της πειθούς», διότι ακριβώς τις ήξεραν τόσο καλά που θα ήταν ηλίθιοι να πιστέψουν στην εγκυρότητα ή αληθότητά τους. Ευτυχώς, μετά από μελέτες πολλών συγχρόνων φιλολόγων, αποκαταστάθηκαν στο πραγματικό βάθος τους σαν οι αληθινοί πατέρες του Ελληνικού Διαφωτισμού!

Υπάρχει όμως και η άλλη πραγματική πλευρά μιας «εριστικής διαλεκτικής»: αυτή που χρησιμοποιούν μερικοί για να πείσουν πιστεύοντας στη δοκησιοσοφία τους ή απλά προωθώντας με πονηρία και δολιότητα τα συμφέροντά τους. Χρησιμοποιούν εσκεμμένα τότε την τέχνη της πειθούς για να θριαμβεύσουν, επιβληθούν, καθοδηγήσουν και υποτάξουν!

Ο Διάλογος γι' αυτούς δεν είναι μια συν-αναζήτηση, αλλά μια αντιπαράθεση «εγώ» στην οποία πρέπει να επικρατήσουν μετερχόμενοι

παντός είδους τέχνες και τεχνάσματα. Ένα απαίδευτο κοινό εύκολα μπορεί να τους θεωρήσει «νικητές» μιας αντιπαράθεσης, παρότι η «εξυπναδίστικη» λογική τους είναι ουσιαστική σαθρή, ασυνεπής και αστήρικτη.

Τι κάνουμε σε μια τέτοια περίπτωση όταν ο κριτής, το «αδαές κοινό» είναι λίαν επιρρεπές στα τεχνάσματα και στα «χαϊδεύματα των ώτων» και μπορεί να παρασυρθεί εύκολα ως προς μια άποψη ή απόφαση; Πώς θα δώσουμε με συνέπεια μια τέτοια μάχη; Πριν σκεφθείτε επ' αυτού, σας συνιστώ να διαβάσετε το βιβλίο "**Εριστική Διαλεκτική**" του **Σοπενχάουερ** (εκδόσεις PRINTA) ή ίσως το ανεβάσω εγώ για σας..

Προσωπικά θα παρουσιάσω παρακάτω τα συνήθη λάθη των συλλογισμών και τις πραγματικές «δοκησοφιστίες» που παρασύρουν συνήθως ένα αδαές ακροατήριο.

ΚΡΙΤΙΚΗ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΩΝ

Η νοητική διαδικασία με την οποία καταστρώνεται ένα επιχείρημα αποτελεί το **διαλογισμό**, αν και αυτός περιλαμβάνεται στην καθημερινή ορολογία μέσα στην έννοια του επιχειρήματος. Κάθε επιχείρημα που αποτελείται από δυο ή περισσότερες υποθέσεις και το συμπέρασμα λέγεται επίσης **συλλογισμός**. Ο συλλογισμός αποτελεί γενικά μια *αυστηρή απόδειξη* που βασίζεται στους Κανόνες ή Νόμους της Λογικής. Μακριά από το να χρησιμοποιήσουν μια τέτοια αυστηρή απόδειξη οι περισσότεροι ομιλητές, δημαγωγοί, ρήτορες, προπαγανδιστές ή διαφημιστές, προσπαθούν να πείσουν το ακροατήριό τους με διάφορους παραπειστικούς λόγους και τεχνάσματα. Αντί τα επιχειρήματά τους να είναι **ισχυρά**, αντί δηλαδή η αλήθεια των βασικών τους προτάσεων ή υποθέσεων να εγγυάται **σε όλες τις περιπτώσεις** την αλήθεια του συμπεράσματός τους, αυτά είναι συνήθως *αδύναμα* ή είναι αδύναμες οι υποθέσεις τους - δεν αποτελούν δηλαδή μια λογική βάση για την αποδοχή του συμπεράσματός τους. Τα ελαττωματικά αυτά (εσκεμμένα, είτε από άγνοια και ανεπάρκεια της λογικής ικανότητας) επιχειρήματα ονομάζονται **εσφαλμένοι συλλογισμοί**.

Δε χρειάζεται να τονίσουμε ότι όλα σχεδόν τα επιχειρήματα, όλων των δημόσιων πολιτικών προσώπων οποιωνδήποτε κομμάτων και οιασδήποτε προπαγανδιστών και διαφημιστών οποιασδήποτε άποψης ή προϊόντος είναι εσφαλμένοι συλλογισμοί. Θα πρέπει λοιπόν να γνωρίζετε τα «κόλπα» τους, για να αποκαλύπτετε κάθε φορά την ελαττωματικότητα και παραπειστικότητα των λόγων τους και να πάψετε κάποια στιγμή να τους ακούτε, να τους ψηφίζετε, να ακολουθείτε τις προτροπές τους ή να αγοράζετε τα προϊόντα τους ή για να τους ξεμπροστιάζετε στους άλλους που δεν κατανοούν όλα αυτά και παρασύρονται από τον έντεχνο παραπειστικό λόγο τους.

Γενικά ένα επιχείρημα μπορεί να είναι εσφαλμένο:

1) στο περιεχόμενό του, λόγω μιας ανακριβούς παρουσίασης των γεγονότων.

2) στη φρασεολογία του, λόγω μιας λαθεμένης χρησιμοποίησης των λεκτικών όρων και

3) στη δομή του, λόγω μιας ακατάλληλης διαδικασίας στην εξαγωγή του συμπεράσματος.

Ανάλογα με τις τρεις αυτές περιπτώσεις διακρίνουμε τα σφάλματα των συλλογισμών σε **Ουσιαστικά, Λεκτικά και Τυπικά Σφάλματα**. Οι δυο τελευταίες ομάδες αποτελούν τα λεγόμενα **Λογικά Σφάλματα**,

ΟΥΣΙΑΣΤΙΚΑ ΛΑΘΗ

Αυτά είναι γνωστά επίσης σα σφάλματα της υπόθεσης, γιατί οι αρχικές προτάσεις «υποθέτουν» πάρα πολλά πράγματα, προϋποθέτουν κρυφά το συμπέρασμα ή αποφεύγουν το εν λόγω θέμα.

(1) **Το Σφάλμα του Απρόβλεπτου Γεγονότος** διαπράττεται από ένα επιχείρημα που εφαρμόζει ένα γενικό κανόνα σε μια ιδιαίτερη περίπτωση που ο κανόνας αυτός δεν εφαρμόζεται. Η αλήθεια π.χ. της πρότασης ότι «οι άνθρωποι βλέπουν» δεν είναι λογική βάση για το συμπέρασμα ότι «οι τυφλοί βλέπουν». Αυτό είναι μια ειδική περίπτωση του λεγόμενου Λατινικά σφάλματος του **secundum quid** (= σύμφωνα με κάτι), το οποίο διαπράττεται όταν μια γενική πρόταση χρησιμοποιείται σαν η βασική πρόταση για ένα επιχείρημα, χωρίς να δίνεται προσοχή στους σιωπηρούς περιορισμούς της, που αποκλείουν την εφαρμογή της με αυτό το τρόπο.

(2) **Το Αντίστροφο του Σφάλματος του Απρόβλεπτου Γεγονότος**. Εδώ εξάγει κάποιος λαθεμένα από μια ειδική περίπτωση ένα γενικό κανόνα. Έτσι το γεγονός ότι ένα συγκεκριμένο φάρμακο κάνει καλό σε ορισμένους ασθενείς, δε σημαίνει ότι αυτό είναι καλό για όλους τους ανθρώπους. Ανάλογα από δύο ή τρία παραδείγματα που ισχύουν εξάγει κάποιος λαθεμένα ένα καθολικό νόμο υποθέτοντας ότι αυτός ισχύει για όλα τα δυνατά παραδείγματα.

(3) **Το Σφάλμα του Άσχετου Συμπεράσματος** διαπράττεται όταν το συμπέρασμα είναι άσχετο με το συζητούμενο θέμα στις προτάσεις. Ειδικές περιπτώσεις άσχετου συμπεράσματος παρουσιάζονται στα λεγόμενα **σφάλματα συνάφειας**, τα οποία περιλαμβάνουν:

(4) **Το Σφάλμα του Κυκλικού Επιχειρήματος ή του «Αιτούντος την Ερώτηση» (Petitio Principii)**, κατά το οποίο οι βασικές προτάσεις προϋποθέτουν, ανοικτά ή κρυφά, το συμπέρασμα που πρόκειται να αποδειχθεί.

π.χ.: «ο Νίκος ψηφίζει πάντα συνετά». «Και πώς το ξέρουμε αυτό», «Το ξέρουμε γιατί ψηφίζει πάντα Νέα Δημοκρατία»).

Μια ειδική μορφή αυτού του σφάλματος ονομάζεται **φαύλος κύκλος** (**,circulus in probando**) Κατ' αυτόν χρησιμοποιείται μια πρόταση p_1 για να αποδείξει τη πρόταση p_2 και η p_2 για να αποδείξει την p_3 κ.ο.κ., μέχρι να χρησιμοποιηθεί η πρόταση p_{n-1} για να αποδείξει τη τελευταία πρόταση p_n . Στη συνέχεια χρησιμοποιείται η p_n για να αποδείξει τη p_1 και με' αυτό το τρόπο θεωρείται σαν αποδεδειγμένη δήθεν ολόκληρη η σειρά των προτάσεων p_1, p_2, \dots, p_n .

π.χ.:

Η ομάδα μας είναι η καλύτερη ομάδα μπάσκετ στον όμιλό μας». «Είναι η καλύτερη λόγω του φοβερού επιθετικού τρίδυμου των Νίκου, Γιώργου και Αλέκου». «Και πώς ξέρεις ότι αυτοί είναι τόσο καλοί;». «Μα είναι η βάση της καλύτερης ομάδας του ομίλου μας!

Μιλώντας αυστηρά, το σφάλμα του κυκλικού επιχειρήματος *δεν είναι ένα σφάλμα συλλογισμού, αλλά μια ανοησία στην επιχειρηματολογία*: Έτσι το επιχείρημα από την p σε μια βασική πρόταση στην p σε συμπέρασμα δεν είναι παραγωγικά έγκυρο και του λείπει κάθε δύναμη πειθούς, αφού όποιος αμφισβητήσει το συμπέρασμα δεν μπορεί να δεχθεί τη βασική πρόταση.

(5) **Το Σφάλμα της Λαθεμένης Αιτιότητας (non causa pro causa)**. Αυτό τοποθετεί λαθεμένα την αιτία ενός φαινομένου σε κάτι με το οποίο αυτό φαινομενικά μόνο σχετίζεται. Η πιο συνήθης μορφή αυτού του σφάλματος είναι το "**μετά απ' αυτό, άρα εξ' αιτίας αυτού**" (post hoc ergo propter hoc), που θεωρεί λαθεμένα τη χρονική ακολουθία σε μια αιτιατή σχέση, δηλαδή θεωρεί ένα γεγονός Β σαν αιτία ενός γεγονότος Α απλά και μόνο επειδή το Β συνέβη μετά από το Α, όπως όταν μια κακοτυχία αποδίδεται σε ένα δήθεν «κακόβουλο» γεγονός», όπως το τυχαίο σπάσιμο ενός καθρέφτη. Το αν επίσης ο Γιώργος διορίστηκε ανώτερος υπάλληλος σε μιας τράπεζα το Μάιο και η Ελένη πήρε ένα δάνειο από αυτήν τον Ιούλιο, δεν είναι σίγουρο ότι υπάρχει μεταξύ τους κάποια αιτιατή σχέση..

Μια άλλη μορφή αυτού του σφάλματος εμφανίζεται στη χρησιμοποίηση του συλλογισμού της **απαγωγής σε άτοπο**. Κατ' αυτόν συμπεραίνουμε ότι μια πρόταση είναι εσφαλμένη, αν η πρόσθεσή της σε ένα σύνολο βασικών προτάσεων οδηγεί σε μια αντίφαση. Αυτός ο τρόπος συλλογισμού μπορεί να είναι σωστός, μπορεί π.χ. να συμπεράνει με ασφάλεια κάποιος ότι δυο γραμμές δεν τέμνονται, όταν η υπόθεση ότι τέμνονται τον οδηγεί σε αντίφαση. Αυτό που χρειάζεται όμως να κάνει για να αποφύγει αυτό το σφάλμα, είναι να επιβεβαιώσει ανεξάρτητα ότι κάθε μια από τις αρχικές βασικές προτάσεις είναι αληθής. Όταν π.χ. προσθέσουμε τη πρόταση:

A: «Ο Φυσικός Κος Νικολάου είναι οπαδός του Ολυμπιακού»

στις προτάσεις:

B1: «Κανένας επιστήμονας δεν ασχολείται με ανόητα πράγματα», και

B2: «Το να ασχολείται με το ποδόσφαιρο είναι ένα πολύ ανόητο πράγμα»,

τότε οδηγούμαστε σε αντίφαση. Θα μπορούσε όμως να μην ισχύει η B1 ή η B2. Αν ισχύει η A, τότε σίγουρα δεν ισχύει η B1 ή η B2. Αν όμως αυτές ισχύουν, τότε είτε ο Κορς Νικολάου δεν είναι επιστήμονας ή δεν είναι οπαδός καμιάς ομάδας.

(6) **Το Σφάλμα των Πολλαπλών Ερωτήσεων** απαιτεί να δοθεί μια απάντηση σε μια ερώτηση που ανάγεται πρακτικά σε άλλες πολλές υπερωτήσεις, όπως π.χ.: «Σου αρέσουν οι Αιγώκεροι;». «Και ναι και όχι, η Νίκη ναι, η Ελένη όχι», ή όταν η ερώτηση περικλείει μια λαθεμένη προϋπόθεση όπως π.χ.: «Τι έγινε; σταμάτησες να κυνηγάς γυναίκες;». Αν συνήθως δε κυνηγάς γυναίκες, τότε τι να απαντήσεις;

(7) **Το Σφάλμα του Ανακόλουθου** (Non Sequitur = αυτό δεν έπεται) συμβαίνει όταν ο συλλογισμός δε πείθει με τίποτα, γιατί είναι ολοφάνερο ότι οι βασικές προτάσεις δε συνδέονται με το συμπέρασμα που εξάγεται από αυτές. Μερικοί πάντως ταυτίζουν αυτό το σφάλμα με το σφάλμα του συνεπακόλουθου που θα δούμε παρακάτω.

«ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΑ»

Το Επιχείρημα «Εναντίον του Ανθρώπου» (*ad hominem*, όταν κάποιος τα βάζει με τον άνθρωπο και όχι με την ιδέα που αυτός αντιπροσωπεύει. Αυτό είναι ένα συνηθισμένο τέχνασμα των παραπειστικών ομιλητών που βρίζουν ή προσπαθούν να υποτιμήσουν εσκεμμένα τον αντίπαλό τους, αντί να αντιμετωπίσουν με σοβαρά επιχειρήματα τις ιδέες του.

Το Επιχείρημα της Προσφυγής στο Λαό (*Ad Populum*). Πόσες και πόσες φορές δε θα έχετε ακούσει τους πολιτικούς σας να αποφεύγουν την παράθεση λογικών επιχειρημάτων και να καταφεύγουν στο λαϊκισμό ή στην υποτιθέμενη σοφή και σωστή κρίση του «κυρίαρχου λαού». Μέσα στα τεχνάσματα που χρησιμοποιούν εδώ είναι το «χάιδεμα» των αυτιών σας με ωραίες κουβέντες και ουτοπικές υποσχέσεις για την εκπλήρωση των ιδανικών σας ή των βαθύτερων επιθυμιών σας, δημιουργώντας τεχνηέντως μια ατμόσφαιρα ουτοπικού οραματισμού και μυθοπλασίας γύρω τους, , κολακεύοντάς σας συγχρόνως και αποδίδοντάς σας υπερμεγέθεις ιδιότητες... Συνήθως η πιο προσφιλής τους μέθοδος είναι αυτή της «Τριπλής Έλξης»: να αποτείνονται δηλαδή άμεσα στα τρία στοιχεία της προσωπικότητάς σας, κατά Φρόιντ το Εγώ, το Ίδ και το Υπερεγώ. Με άλλα λόγια προσπαθούν να αποδείξουν ότι αυτό που υποστηρίζουν και επαγγέλλονται είναι επιθυμητό για σας (προσφυγή στο εγώ σας), ότι θα σας προσφέρει ευχαρίστηση και μια αίσθηση δύναμης (μια σαγήνη προς το Ίδ σας) και ότι είναι δίκαιο και ηθικό (σαγήνη προς το υπερεγώ).

Το Επιχείρημα της Προσφυγής στην Ευσπλαχνία, όπως όταν ένας δικηγόρος αντί να παραθέσει επιχειρήματα για την αθωότητα του πελάτη του, προσπαθεί να διεγείρει τη συμπάθεια των ενόρκων.

Το Επιχείρημα της Προσφυγής στο Δέος, που επιζητά την αποδοχή του συμπεράσματος με βάση το γεγονός ότι αυτό υποστηρίζεται από άτομα των οποίων η γνώμη είναι γενικά σεβαστή. Το ανόητο αυτό τέχνασμα χρησιμοποιείται κατά κόρον από τους πολιτικούς δημαγωγούς

προσφεύγοντας σαν πειστήριο της «σωστής» άποψής του σε καταξιωμένες προσωπικότητες ή κοινωνικά ινδάλματα και αυθεντίες που υποστηρίζουν επίσης υποτίθεται αυτά που αυτοί λένε.. Για να μπορείτε να καταλάβετε εύκολα και να αξιολογήσετε άμεσα αυτές τις παραπειστικές προσφυγές του ομιλητή σας, θα πρέπει να έχετε απαλλαγεί οι ίδιοι από κάθε αυθεντία και να έχετε μάθει να κρίνετε μόνοι σας τα πράγματα, έχοντας τη δική σας προσωπική άποψη γι' αυτά, έστω και αντίθετη από οποιονδήποτε υποτιθέμενο «Μεγάλο» του κόσμου. Θα πρέπει άλλωστε να ξέρετε ότι κανείς «Μεγάλος» δεν είναι παντού μεγάλος, Ίσα- ίσα οι «μεγάλοι» και οι πολλοί γνωστοί και καταξιωμένοι της κοινωνίας σας έχουν συνήθως πολλές ανοησίες, παρωπιδισμούς, κοντοφθαλμισμούς και μικρότητες να σας επιδείξουν. Αποφεύγετε επίσης να δημιουργείτε ανόητα ινδάλματα τραγουδιστών, ποδοσφαιριστών ή ηθοποιών, ούτε και να τους ψηφίζετε όταν τα διάφορα κόμματα τους συμπεριλαμβάνουν στα ψηφοδέλτιά τους για να τραβήξουν την ανόητη, άκριτη ψήφο σας.

Θα ήθελα να εντάξω σε αυτή την κατηγορία και τα δήθεν επιχειρήματα του **μεταφυσικού ή «παραξενολογικού» δέους** που όσο πιο τραβηγμένη και πιο εντυπωσιακή είναι η αναφερόμενη ιστορία, τόσο πιο εύκολα γίνεται πιστευτή από τα αδαή «μεταφυσικά» ή «παραφυσικά» αυτιά των οπαδών του «παράξενου» και του μυστηριακού». Πολλοί έτσι παλαιοποχίτες και νεοποχίτες γκουρού, «ειδήμονες» ή «ερευνητές» του παράξενου, του απόκρυφου και του μυστηριώδους λένε του κόσμου τις ανακρίβειες και φαντασιοπληξίες, τις οποίες και πιστεύουν με δέος οι οπαδοί τους, προσδίδοντάς τους μάλιστα με τη συχνή επανάληψη μεταξύ τους την επίφαση της «εγκυρότητας» ή «αντικειμενικότητας». Είναι πολύ παράξενο: ο ανεκπαιδευτος ανθρώπινος νους μπορεί να πιστέψει στο οτιδήποτε και να το υποστηρίξει με σθένος και φανατισμό ή ακόμα να πολεμήσει γι' αυτό! Αυτός είναι και ένας από τους σοβαρούς λόγους που δε θα πρέπει να πιστεύετε τίποτα απ' όσα σας προπαγανδίζουν οι άλλοι και να αποκτήσετε τη δική σας προσωπική κρίση γενόμενοι οι ίδιοι οι γκουρού του εαυτού σας και ερευνητές του αγνώστου και όχι οι οπαδοί οποιωνδήποτε άλλων ανθρώπων ή θεωριών.

Το Επιχείρημα της Προσφυγής στην Άγνοια (Ad Ignorantiam), που επιχειρηματολογεί ότι ένα πράγμα είναι έτσι, επειδή απλά δεν έχει αποδείξει κανένας μέχρι τώρα ότι δεν είναι έτσι.

Το Επιχείρημα της Προσφυγής στη Δύναμη (Ad Baculum) που είναι η προσφιλής μέθοδος των απολυταρχικών και ολοκληρωτικών καθεστώτων, αλλά πολλές φορές και του ίδιου του αστικού κράτους με τους μηχανισμούς καταστολής του. Με αυτό το τρόπο ένα συμπέρασμα γίνεται αποδεκτό απλά και μόνο κάτω από την απειλή βίας.

Μια άλλη παραπειστική τακτική είναι η προσπάθεια κάποιου να επηρεάσει τη κρίση σας με **ρητορικά σχήματα και με ζωντανά παραδείγματα ή δραματοποιημένες ιστορίες**, κάνοντας σας να ξεχάσετε την ακρίβεια και την συνέπεια των λόγων του. Και αυτή η τακτική χαϊδεύει και σαγηνεύει τ' αυτιά σας και θα πρέπει επομένως να μάθετε να της αντιστέκεστε και να συνεχίζετε να αναζητάτε την αλήθεια και ακρίβεια και πραγματική πειστικότητα στα λόγια του ομιλητή σας. Τα ανέκδοτα επίσης και οι ιστορίες που λέγονται με έναν ευχάριστο τρόπο, δεν αποτελούν λογικά

επιχειρήματα. Χρησιμοποιούνται για να διασαφηνίσουν μια θέση και όχι για να την αποδείξουν. Μπορεί να κάνουν το άτομο μαγνητικό, αλλά δεν αποτελούν κριτήριο για μια υπεύθυνη θέση.

Μια γενικότερη δημαγωγική τακτική είναι η **προσφυγή στο συναίσθημα** για την ενίσχυση μιας αδύναμης επιχειρηματολογίας. Το να εντείνεις όμως τη συναισθηματικότητα ενός επιχειρήματος, δε σημαίνει ότι βελτιώνεις και την εγκυρότητά του. Πολλές φορές η προσφυγή αυτή γίνεται άμεσα κι επιθετικά στις φοβίες και ανασφάλειες του ακροατηρίου, το οποίο και παροτρύνεται από τον ομιλητή προς την ανάληψη μιας συγκεκριμένης δράσης, άμεσα επωφελή γι' αυτόν ή για την εκπλήρωση των χιμαιρικών θεωριών του. Αντί να τρομάζετε και να χέζεστε επάνω σας από τους επικινδυνολόγους και καταστροφολόγους δημαγωγούς που προσπαθούν συνειδητά να προκαλέσουν μια σύγχυση στο νου σας, μάθετε πιο απλά να χέζετε αυτούς τους ίδιους και να τους στέλνετε στην αφάνεια.

Ένα άλλο κλασσικό τέχνασμα είναι ο ομιλητής σας να το παίζει πολύ **«in» και «μοδάτος»** και να προσπαθεί να σας πείσει να μπειτε κι εσείς στην αγέλη του για να πιστέψτε και να κάνετε αυτό που υποτίθεται κάνουν και πιστεύουν οι περισσότεροι άνθρωποι τότε. Επικαλείται σε τέτοιες περιπτώσεις την κοινή γνώμη ή το υποτιθέμενο κύρος και τη δήθεν αληθοφάνεια της άποψης των πολλών; Ας έχετε σε μια τέτοια περίπτωση υπ' όψη σας το αρχαιοελληνικό ρητό ότι «ουκ εν τω πολλώ το ευ» και ότι $0 \times 1000 = 0$, το ίδιο και $0 \times 1.000.000 = 0$ και να είσαστε επίσης σίγουροι ότι ο ομιλητής σας είναι οπωσδήποτε δόλιος και παραπαιστικός, αν δεν είναι απλά αδαής και ανόητος. Για να μπορείτε όμως να κρίνετε σωστά και να αποποιηθείτε την έκκλησή του να μπειτε κι εσείς στην «ομάδα των πολλών», θα πρέπει να έχετε μάθει να ακολουθείτε το δικό σας προσωπικό μονοπάτι και όχι τη λεωφόρο των πολλών. Θα πρέπει έχετε μάθει να αυτοκαθοδηγήστε και να ενδιαφέρεστε όχι για την ποταπή ασφάλεια και εξομοίωσή σας με τους άλλους μέσα στην αγέλη, αλλά για την γνώση και την αλήθεια και τη δυνατότητα έκφρασης της προσωπικής σας διαφοράς, της προσωπικής σας ιδιαιτερότητας από όλους τους άλλους. Είσαστε, γεννηθήκατε φύσει διαφορετικοί από αυτούς, αρνηθείτε λοιπόν τις κολακείες και παροτρύνσεις του προπαγανδιστή και δημαγωγού σας και γίνετε και θέσει διαφορετικοί, εκφράζοντας τη δική σας μοναδική και ανεπανάληπτη προσωπικότητα.

Ένα άλλο κόλπο είναι ο ομιλητής σας να το παίζει **«ένας απλός άνθρωπος σαν εσάς»**, για να κερδίσει την εμπιστοσύνη σας και την συγκατάθεσή σας, αποκρύβοντας επιμελώς τις πραγματικές δραστηριότητές του και το κοινωνικό και οικονομικό στάτους του. Άλλες πάλι φορές συνδέει πονηρά την άποψή του με κάποια δήθεν επιστημονικότητα και υποτιθέμενα εργαστηριακά πειράματα που απέδειξαν την ισχύ της. Σήμερα., λόγω του γενικότερου σεβασμού που τρέφουμε όλοι μας για την επιστήμη, όλοι σχεδόν προσπαθούν να την επικαλεστούν, ακόμα και όταν υποστηρίζουν το πιο ανόητο πράγμα του κόσμου και ειδικότερα όταν θέλουν συνειδητά να σας παραπλανήσουν.

Άλλες πάλι φορές ο ομιλητής σας προσπαθεί να σας **γοητεύσει** με το ωραίο του παρουσιαστικό, έτσι ώστε να δεχθείτε εύκολα και ανώδυνα σε σωστά και ωραία και αυτά που λέει; Μπορεί να είναι π.χ. ένα μοντέλο που

διαφημίζει ένα προϊόν και που προσπαθεί να σας κάνει να πιστέψτε ότι είναι ωραίο όχι από τη φύση του, αλλά λόγω της χρησιμοποίησης αυτού του προϊόντος - αφήνοντας να υπονοηθεί ότι θα μπορούσατε κι εσείς να γίνετε ωραίοι και ωραίες σαν κι αυτό, αν χρησιμοποιήσατε επίσης αυτό το προϊόν. Μάθετε να κωφεύετε **σε όλες τις διαφημίσεις**, χωρίς καμιά απολύτως εξαίρεση, γιατί όλες τους είναι ψευδείς και παραπειστικές, και αν χρειάζεστε πραγματικά κάτι, μάθετε να κάνετε μόνοι σας μια έρευνα αγοράς για να βρείτε το καλύτερο δυνατό προϊόν με τη καλύτερη δυνατή τιμή που θα μπορεί να καλύψει τη συγκεκριμένη ανάγκη σας. Μάθετε να προσδιορίζετε εσείς τις ανάγκες σας και όχι οι προπαγανδιστές σας που σας μετατρέπουν σε υπνωτισμένους ανόητους καταναλωτές, άχρηστων ως επί το πλείστον προϊόντων.

Ένα άλλο τέχνασμα είναι ο ομιλητής σας να χρησιμοποιεί **ειδικά επιλεγμένες, θετικά φορτισμένες και καταξιωμένες κοινωνικά λέξεις και κοσμητικά επίθετα** γι' αυτό που υποστηρίζει, αποφεύγοντας κατά τα άλλα την επιχειρηματολογία. Φτιάχνει με άλλα λόγια ένα ωραίο περιτύλιγμα, στολίζοντας με τον καλύτερο δυνατό τρόπο το πακέτο του, θαμπώνοντάς σας με την εξωτερική του εμφάνιση, κάνοντάς σας να ξεχάσετε το αληθές περιεχόμενό του, το οποίο αποδεικνύεται σχεδόν πάντοτε άνθρακας αντί για τον υποτιθέμενο χρυσό και φύκια αντί για τις μεταξωτές κορδέλες; Μάθετε να κρίνετε τις ιδέες με τα επιχειρήματα και όχι με τα θετικά στολίδια με τα οποία τις ντύνουν οι υποστηρικτές τους. Στην ίδια αυτή κατηγορία εντάσσονται και οι επανειλημμένες θετικές βεβαιώσεις που χρησιμοποιεί ο ομιλητής σας για τις θέσεις του, προσπαθώντας να σας πείσει απλά και μόνο με την στομφώδη επανάληψή τους για την ορθότητά τους. Η γενικότερη αρχή σε σχέση με τα πολιτικά δρώμενα είναι να χρησιμοποιούν όλα τα κόμματα θετικά πάντα κοσμητικά επίθετα και χαρακτηρισμούς για το δικό τους κόμμα και αρνητικά και απαξιωτικά πάντα για το αντίπαλο κόμμα.

Ένα ακόμα επιτήδειο τέχνασμα που χρησιμοποιούν οι δημαγωγοί μας είναι οι **ευφημισμοί**, ήπιες δηλαδή εκφράσεις για να σκεπάσουν μια δυσάρεστη πραγματικότητα και να καθησυχάσουν έτσι το ακροατήριό τους. Για παράδειγμα στη διάρκεια του πολέμου μιλάνε για «απώλειες», αντί για σκοτωμούς και για «ανθρωπιστική βοήθεια» αντί για ένα ιμπεριαλιστικό πόλεμο, όπως π.χ. στη Σερβία. Στις αρχές του πρώτου παγκοσμίου πολέμου πολλοί τραυματισμένοι στρατιώτες υπέφεραν από το λεγόμενο «σοκ των οβίδων». Η σύντομη αυτή ζωντανή φράση μεταφέρει άμεσα τη φρίκη της μάχης και μπορεί να ακούσει κανείς τις οβίδες να σκάνε πάνω από το κεφάλι του. Μετά το δεύτερο παγκόσμιο πόλεμο, οι Αμερικάνοι άρχισαν να χρησιμοποιούν για την ίδια κατάσταση τη φράση "κούραση από τη μάχη». Η φράση αυτή ήταν κάπως πιο ευχάριστη, αλλά εξακολουθούσε να αναγνωρίζει το πόλεμο σαν την αιτία της ενόχλησης. Έτσι κατά την έναρξη του Πολέμου στο Βιετνάμ, η ίδια ασθένεια άρχισε να αναφέρεται στο εξής σα "διαταραχή μετατραυματικού στρες", μια φράση που αποσυνδέεται τελείως από τη πραγματικότητα και τη φρικαλεότητα του πολέμου.

Ένα από τα πιο δόλια πάντως τεχνάσματα είναι η χρησιμοποίηση της **μισής αλήθειας**. Γνωρίζοντας ότι ένα απόλυτο ψέμα είναι πολύ εύκολο να αποκαλυφθεί, ο ομιλητής σας λέει ένα μεγάλο ψέμα παρουσιάζοντάς σας

επιλεγμένα τη μισή μόνο αλήθεια από ένα πραγματικό γεγονός, με άλλα λόγια εκείνο μόνο το κομμάτι της ιστορίας που ευνοεί τον ίδιο, αποσιωπώντας έντεχνα το υπόλοιπο, το οποίο θα μπορούσε ίσως να τον καταστρέψει ή να ανατρέψει τελείως το επιχείρημά του. Μια και η μισή «αλήθεια» που σας παρουσιάζει είναι πειστική και ευαπόδεικτη, καταλήγεται να πειστείτε για την ορθότητα του επιχειρήματός του. Με αυτό το τρόπο μπορεί π.χ. να παραποιηθεί πλήρως το νόημα ενός γραπτού ή ενός λόγου ενός άλλου ατόμου, εναντίον του οποίου αυτός καταφέρεται, απομονώνοντας δολίως μερικές εκφράσεις του για να συρράψει και να μοντάρει την ψευδή κατηγορία του. Ένα συνηθισμένο κόλπο στην ίδια γενική κατηγορία είναι το ντύσιμο δέκα ευαπόδεικτων αληθειών με ένα δυσαπόδεικτο μεγάλο ψέμα, το οποίο και παρέχει την «απόδειξη» των ισχυρισμών του ομιλητή σας. Μια και είναι εύκολο να ελέγξετε την εγκυρότητα των δέκα αληθειών που σας παραθέτει, κάνετε το σφάλμα να υποθέσετε ότι και το ενδέκατο δεδομένο, που δεν μπορείτε να ελέγξετε για την εγκυρότητά του, είναι και αυτό επίσης αληθές, πέφτοντας έτσι στη παγίδα του δόλιου θηρευτή σας; Τα τεχνάσματα αυτά είναι καθημερινά και τετριμμένα στις πολιτικές εφημερίδες και στους πολιτικούς λόγους όλων σχεδόν των πολιτικών.

Μια άλλη, συμπληρωματική, επίσης προσέγγιση και κατάταξη που δίνουν μερικοί ερευνητές για τα λάθη των «Συλλογισμών» και των «Επιχειρημάτων» είναι η εξής:

Το Τσίγκλισμα

Όταν προσπαθείς να κάνεις κάποιον να θυμώσει, χωρίς να παρουσιάζεις άμεσα το επιχείρημά σου.

Ο Αχυράνθρωπος:

Όταν επιτίθεσαι σε μια υπερμεγεθυμένη ή ή γελοιοποιημένη θέση του αντιπάλου σου.

Το Στήσιμο της Τράπουλας:

Η χρησιμοποίηση επιχειρημάτων που υποστηρίζουν τη θέση σου, αλλά αγνοώντας ή μην επιτρέποντας τα ενάντια επιχειρήματα...

Το Ψευδές Δίλημμα:

Το να υποθέτεις ότι υπάρχουν μόνο δύο εναλλακτικές λύσεις, όταν στην πραγματικότητα υπάρχουν περισσότερες...

«Όποιος δεν είναι μαζί μας είναι εναντίον μας...» (που περιέχει και την προσφυγή στον τρόπο)

Ή πάλι η προτροπή:

Choose your side!...

Το «Επιχείρημα» της μη Απόδειξης

Ο ισχυρισμός ότι οτιδήποτε δεν έχει αποδειχθεί ακόμα σαν ψευδές, πρέπει να είναι αναγκαστικό αληθινό (ή αντίστροφα). Ουσιαστικά ο ομιλητής

υποστηρίζει ότι πρέπει να κερδίσει εξ ορισμού, εάν ο αντίπαλός του δεν μπορεί να δώσει αρκετά ισχυρά επιχειρήματα. Η απουσία της απόδειξης όμως δεν είναι η απόδειξη της απουσίας...

Το Επιχείρημα Μέσω Μιας Ρητορικής Ερώτησης

Καθοδηγώντας έτσι το ακροατήριο να δώσει την απάντηση που θέλει ο ομιλητής...

Η Πλάνη του Γενικού Κανόνα (Η Αδαής Γενίκευση)

Αυτή σχετίζεται με το αδόκιμο συμπέρασμα ότι επειδή κάτι ισχύει σε μερικές ή και σε πολλές έστω περιπτώσεις, θα ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις!

Π.χ. "Όλες οι καρέκλες έχουν τέσσερα πόδια"... εκτός βέβαια από τις κουνιστές και όχι μόνον..

Το Σφάλμα της Υπερναγωγής ή Υπεραπλούστευσης

Όπως επεσήμανε και ο Αϊνστάιν, κάθε θεωρία πρέπει να είναι **όσο το δυνατόν πιο απλή, αλλά όχι απλούστερη της απλής!**

Το Ψυχογενετικό Σφάλμα:

Το ότι αν μάθετε τον ψυχολογικό λόγο που ο αντίπαλός σας συμπαθεί ένα επιχείρημα, τότε αυτός είναι προκατειλημμένος και επομένως το επιχείρημά του λάθος! (φοβερή λογική...)

Η Μετάθεση στο Μέλλον

Ο ισχυρισμός ότι θα ανακαλυφθούν κάποια μέρα στοιχεία που θα υποστηρίξουν τη θεωρία σας.

Η Δυσφήμιση των Πηγών:

Η δυσφήμιση των πηγών που χρησιμοποιεί ο αντίπαλός σας, αντί να αντιμετωπίσετε τα ίδια τα επιχειρήματά του. Είναι μια παραλλαγή του «επιχειρήματος εναντίον του ανθρώπου»...

Η Προσφυγή στη Δύναμη:

Απειλές ή και η χρησιμοποίηση βίας αν συνεχίζεις να υποστηρίζει αυτά που υποστηρίζεις. Σε πιο ήπιες περιπτώσεις η τιμωρία σου μπορεί να είναι η φήμισή σου, το κλείσιμο του μικροφώνου.... η απαγόρευση οποιασδήποτε ομιλίας σου ή το ..μπανάρισμά σου.... lol

Ο Κυκλικός Συλλογισμός

Όταν το συμπέρασμα περιλαμβάνει μια από τις υποθέσεις.

Π.χ. "Πρέπει να έχουμε την ποινή του θανάτου για να αποθαρρύνουμε τα μεγάλα εγκλήματα»

Το Επιχείρημα της Αυθεντίας:

Το έχουμε ξανατονήσει: όλες οι αυθεντίες είναι αυθεντίες μόνον σε ένα πολύ ειδικό και περιορισμένο πεδίο, στο οποίο μάλιστα πολλές φορές σφάλουν τρομερά, όπως επιβεβαιώνεται και από ένα μεγάλο πλήθος ιστορικών παραδειγμάτων. Ο πατέρας της σύγχρονης χημείας Αντουάν Λαβουαζιέ αρνιόταν επιμόνως να δεχθεί τις «ψευδαισθητικές» όπως υποστήριζε, ιστορίες των χωρικών για μετεωρίτες που πέφτουν από τον ουρανό, παρατηρώντας με στόμφο ότι ο ουρανός δεν περιέχει πέτρες!

Άλλοι μεγάλοι επιστήμονες της εποχής τους κορόιδευαν επίσης τις προσπάθειες των αδελφών Ράιτ, υποστηρίζοντας ότι καμιά μηχανή βαρύτερη από τον αέρα δεν μπορεί να πετάξει... Όπως έχει τονίσει ο Σοπενχάουερ (δυστυχώς) ο καθένας θεωρεί τα όρια της άποψής του σαν τα όρια του κόσμου!

Από την άλλη μεριά, η δήλωση μιας αυθεντίας μπορεί να είναι απηρχαιωμένη και να μην ισχύει πια ή η δήλωση αυτή να έγινε από ευγένεια ή κάτω από ειδικές συνθήκες και περιστάσεις που αποκρύβονται εσκεμμένα από τον ομιλητή.

Το Επιχείρημα της Ψεύτικης ή Ανώνυμης Αυθεντίας :

Η επίκληση μιας αυθεντίας που δεν υπάρχει ή που αν υπάρχει δεν έχει πει αυτό που ισχυρίζεται ο ομιλητής,
Π.χ. «οι εμπειρογνώμονες συμφωνούν ότι...»
«Οι επιστήμονες λένε ότι»

Η Δήλωση της Μεταστροφής:

Ο ομιλητής υποστηρίζει ότι και αυτός αποδεχόταν παλιότερα αυτή τη θεώρηση, αλλά σήμερα (που έμαθε περισσότερα και είναι πιο «εξελιγμένος») δεν την υποστηρίζει πια.

Αυτό δεν είναι βεβαίως με τίποτα επιχείρημα αληθότητας της νέας θεώρησής του και ψευδότητας της παλιάς. Δεν αποκλείεται κάποια στιγμή στο μέλλον να επανέλθει στην παλιά την οποία θα δει με ένα καινούργιο μάτι. Τέτοιους κύκλους κάνουν όλοι οι άνθρωποι...

Η Κακή Αναλογία:

Ο ισχυρισμός ότι δύο καταστάσεις είναι εντελώς παρόμοιες, ενώ δεν είναι, παρότι μπορεί να μοιάζουν σε μερικά πράγματα.

Π.χ. το άτομο μπορείς να μας θυμίζει το ηλιακό σύστημα, αλλά είναι πολύ διαφορετικό από αυτό, αφού π.χ. τα ηλεκτρόνια δεν περιστρέφονται σε ορισμένες συγκεκριμένες τροχιές γύρω από τον πυρήνα και μπορούν επίσης να μεταπηδήσουν από μια τροχιά σε μια άλλη, κάτι βέβαια που δεν μπορούν να κάνουν με τίποτα οι πλανήτες.

Ψευδής Αιτία

Ο ισχυρισμός ότι επειδή συνέβησαν δύο πράγματα το ένα μετά το άλλο, το πρώτο προκάλεσε το δεύτερο (Η ακολουθία δεν είναι αιτιολογία.).

Η Σύγχυση Συσχέτισης και Αιτιότητας

Έγινε μια προσέγγιση του Άρη στη Γη και συνέβη κάπου ένας μεγάλος σεισμός. Άρα ο Άρης προκάλεσε το σεισμό....

Το Ότι η Αιτία Προηγείται πάντα χρονικά του Αποτελέσματος

Όχι πάντα! Σε ένα βουλιαγμένο π.χ. από μια πέτρα μαξιλάρι η αιτία και το αποτέλεσμα συμβαίνουν συγχρόνως.

Αιτιώδης Υπεραπλούστευση:

Το να προσπαθείς να χρησιμοποιήσεις μια αιτία για να εξηγήσεις κάτι, όταν αυτό έχει στην πραγματικότητα πολλές αιτίες.

Π.χ. "Το ατύχημα προκλήθηκε από το ταξί που ήταν παρκαρισμένο στο δρόμο". Και άλλοι όμως οδηγοί είδαν το ταξί και το παρέκαμψαν και μόνον ο μεθυσμένος οδηγός κτύπησε πάνω του...

Το Επιχείρημα : «Η Εξαιρέση Επιβεβαιώνει τον Κανόνα»

Η εξαιρέση δεν επιβεβαιώνει τον κανόνα, αλλά αντιθέτως τον αμφισβητεί αποδεικνύοντας ότι αυτός δεν έχει καθολική ισχύ κι επομένως θα πρέπει να χρησιμοποιείται πολύ προσεκτικά και ίσως μάλιστα να χρειάζεται να εγκαταλειφθεί!

Το Επιχείρημα της «Μόδας», του «In» ή των «Πολλών»

Ο ισχυρισμός ότι μια ιδέα είναι σωστή επειδή την ακολουθούν ή την υποστηρίζουν πολλοί άνθρωποι. Ή η δικαιολογία ότι «όλοι το κάνουν», όπως υποστηριζόταν παλιότερα για τη δουλειά.

Το Σφάλμα της Διαίρεσης:

Ο ισχυρισμός ότι αυτό που ισχύει για το σύνολο ισχύει και για κάθε συστατικό μέρος του.

Το Σφάλμα της Διασύνδεσης:

Όταν άσχετα μεταξύ τους στοιχεία αντιμετωπίζονται σαν ένα όλο, σα να πρέπει να γίνουν μαζί αποδεκτά ή να απορριφθούν μαζί., ενώ καθένα από αυτά πρέπει να γίνει αποδεκτό ή να απορριφθεί ανάλογα με την αξία του.

Το Σφάλμα της Ολισθηρής Πλαγιάς ή η Μύτη της Καμήλας Ή η Χιονοστιβάδα

Σύμφωνα με ένα παλιό ρητό, αν επιτρέψεις σε μια καμήλα να βάλει τη μύτη της μέσα σε μια σκηνή, σύντομα ο θα ακολουθήσει ολόκληρη η καμήλα.

Π.χ. "Εάν νομιμοποιήσουμε τη μαριχουάνα, τότε περισσότεροι άνθρωποι θα δοκιμάσουν την ηρωίνη".

Ή

"Εάν κάνω εξαιρέση σε σας, τότε θα πρέπει να κάνω σε όλους εξαιρέση!"

Η Έκκληση στη Σύμπτωση:

Η βεβαίωση ότι κάποιο γεγονός οφείλεται σε δεκάδες συμπτώσεις.

Κάποιος προκάλεσε τέσσερα τροχαία ατυχήματα σε ένα μήνα και εξακολουθεί να ισχυρίζεται ότι ήταν όλα συμπτώσεις.

Το επιχείρημα αυτό όμως δεν είναι πάντα εσφαλμένο. Υπάρχουν όντως και τυχαία γεγονότα.

Το Επιχείρημα της Μισής Αλήθειας

Αποκρύβοντας άλλα σημαντικά στοιχεία που οδηγούν σε τελείως διαφορετικό συμπέρασμα από αυτό που θέλει ο ομιλητής.

Π.χ. το βιβλίο "Το Τρίγωνο των Βερμούδων" αναφέρει ότι στις 26 Σεπτεμβρίου 1955 βρέθηκε στην περιοχή το γιωτ Connamara IV, χωρίς καθόλου πλήρωμα Δεν αναφέρει όμως το γεγονός ότι το γιωτ βρισκόταν μέσα στην πορεία του τυφώνα Iona που έτρεχε με 180 μίλα την ώρα και σήκωνε κύματα 40-ποδιών.....

Η Εκλεκτική Παρατήρηση:

Το επιχείρημα των πολλών επιτυχιών, όταν αποκρύβονται οι πολλές επίσης αποτυχίες...

Η Εκλεκτική Ανάγνωση:

Όταν παρουσιάζεις το ασθενέστερο επιχείρημα του αντιπάλου σου σαν το καλύτερο του, το αντικρούεις και διαλαλείς ότι τα επιχειρήματά του είναι σαθρά και αδύναμα. Μοιάζει με την Εκλεκτική Παρατήρηση, αφού ο ομιλητής αγνοεί τα επιχειρήματα που δεν συμπαθεί. Σχετίζεται επίσης με το Επιχείρημα του Αχυράνθρωπου, εφόσον δεν αντιπροσωπεύουμε δίκαια το επιχείρημα του αντιπάλου μας.

Επιχείρημα με Ποιητική Γλώσσα και Καλολογικά Στοιχεία εις Βάρος της Λογικής και της Συνέπειας

Ό,τι χαϊδεύει τα' αυτιά είναι σωστό!

Το Επιχείρημα της Ακαταλαβίστικης Επαγγελματικής Γλώσσας

που δημιουργεί κύρος και σπουδαιοφάνεια....

Ο Ευφημισμός

Η χρησιμοποίηση λέξεων που ακούγονται καλύτερα και πιο ανώδυνα από τις ουσιαστικές αντιπροσωπεύσεις τους.

Π..χ η μαζική δολοφονία δεν είναι γενοκτονία, αλλά φυλετική κάθαρση.

Ο θάνατος αθώων πολιτών είναι «παράπλευρες απώλειες». Η Microsoft δεν βρίσκει bugs ή προβλήματα, στο λογισμικό της, αλλά ανακαλύπτει απλώς «κάποιο θέμα με ένα κομμάτι του λογισμικού»...

Όλα τα παλιά Υπουργεία Πολέμου μετονομάστηκαν ευφημιστικά σε «Υπουργεία Άμυνας». Ο ιμπεριαλισμός έτσι «αμύνεται» ακόμα και στις πιο βάνουσσες επιθέσεις του!

Το επιχείρημα αυτό σχετίζεται και με τη χρησιμοποίηση **Συγκινησιακής Γλώσσας** για να κάνεις πιο εύγεστο και πιο εύπεπτο ένα ανίσχυρο επειχείρημά σου...

Η Αλλαγή του Θέματος (Παρέκκλιση)

Αλλάζει κάποιος εσκεμμένα το θέμα, για να αποφύγει την υποστήριξη ενός ανίσχυρου συλλογισμού....

Το Επιχείρημα της Γρήγορης Ομιλίας

Η γρήγορη ομιλία δεν επιτρέπει στο ακροατήριο να καταλάβει καλά τι λέγεται. Αν λάβουμε μάλιστα υπόψη μας και τον ισχυρισμό μερικών ψυχολόγων ότι για να καταλάβουμε αυτό που ακούμε, πρέπει για ένα σύντομο διάστημα να το πιστέψουμε, τότε με τη γρήγορη ομιλία δεν έχουμε χρόνο για να απορρίψουμε αυτό που ακούμε.

Το Επιχείρημα των Πολλών Ερωτήσεων:

Εάν κάνετε αρκετές επιθέσεις, και υποβάλλετε αρκετές ερωτήσεις, μπορεί να μην χρειαστεί να καθορίσετε τη θέση σας πάνω στο θέμα.....

Η Επιβεβαίωση του Συμπεράσματος

Όταν αντί της σωστής πρότασης "εάν p τότε q", χρησιμοποιείται η "q άρα p".

Η Μετακίνηση των Δοκαριών ...

Εάν ο αντίπαλός σας εξετάζει επιτυχώς κάποιο σημείο, του λέτε ότι πρέπει να εξετάσει και κάποιο άλλο σημείο. Εάν μπορέσετε να καταστήσετε αυτά τα σημεία όλο και πιο δύσκολα (ή διαφορετικά), τότε ο αντίπαλός σας κάποια στιγμή θα αποτύχει. Σίγουρα θα βρείτε ένα θέμα όπου αυτός δεν είναι τόσο καλός...

Το επιχείρημα αυτό σχετίζεται και με το επιχείρημα μέσω ερωτήσεων. Το να κάνεις όμως ερωτήσεις είναι εύκολο - η απάντησή τους είναι δύσκολη.

Έκκληση στην Πολυπλοκότητα:

Εάν ο ομιλητής δεν καταλαβαίνει το θέμα, καταλήγει στο συμπέρασμα ότι κανένας δεν το καταλαβαίνει οπότε οι απόψεις του είναι το ίδιο καλές με οποιουδήποτε άλλου.

Το Επιχείρημα του Κοινού Νου..

Πάρα πολλές φορές ρηχό και έωλο!

Το Επιχείρημα της Οκνηρίας:

Ο ομιλητής ξέρει ελάχιστα για το θέμα. Εντούτοις έχει μια άποψη, και προσβάλλεται, εάν αυτή δεν αντιμετωπιστεί με σεβασμό!

Σωστό Συμπέρασμα, Σωστή Λογική!

Μια εσφαλμένη λογική μπορεί μερικές φορές να οδηγήσει σε σωστό συμπέρασμα!

Έστω π.χ. η διαίρεση $64/16$. Διαγράφουμε τα βάρια στον αριθμητή και στον παρανομαστή (κάνε ανεπίτρεπτο λογικά) και καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι $64/16 = 4/1 = 4$ (Σωστό!).

Σωστό συμπέρασμα λοιπόν δε σημαίνει απαραίτητα και σωστή λογική.

Δύο Λάθη κάνουν κάτι Σωστό!

Οι πολεμικές αγριότητες και η τρομοκρατία υπερασπίζονται συχνά με αυτό τον τρόπο. Παρόμοια, μερικοί άνθρωποι υπερασπίζονται τη θανατική ποινή λόγω του ότι το κράτος σκοτώνει τους ανθρώπους που έχουν σκοτώσει....

Ευσεβής απάτη:

Γίνεται μια απάτη για την επίτευξη κάποιου καλού σκοπού με βάση την άποψη ότι «ο σκοπός αγιάζει τα μέσα...»

Πολλά σύγχρονα θρησκευτικά «θαύματα» έχουν μια τέτοια βάση..

Προσφυγή στη Γελοιοποίηση

Σα μέσον «απόδειξης» ενός επιχειρήματος... Γελοιοποιείς τον αντίπαλό σου ή τις απόψεις του, άρα είσαι σωστός!!!

Βεβαιωτικό Συμπέρασμα από μια Αρνητική Μείζονα Πρόταση

Κανένα ψάρι δεν είναι σκύλος και κανένας σκύλος δεν μπορεί να πετάξει. Άρα όλα τα ψάρια μπορούν να πετάξουν!

Το μαθηματικό εδώ λάθος είναι το εξής:

Εάν A δεν είναι υποσύνολο του B και το B δεν είναι υποσύνολο του Γ, τότε το A είναι υποσύνολο του Γ!

Είναι σφάλμα, διότι οποιεσδήποτε ισχύουσες μορφές ενός κατηγορηματικού συλλογισμού που βεβαιώνουν μια αρνητική μείζονα πρόταση, πρέπει να έχουν αναγκαστικά ένα αρνητικό συμπέρασμα.

ΛΕΚΤΙΚΑ ΣΦΑΛΜΑΤΑ

Αυτά τα σφάλματα εμφανίζονται όταν το συμπέρασμα επιτυγχάνεται μέσω μιας ακατάλληλης χρησιμοποίησης των λέξεων. Οι βασικές περιπτώσεις που μπορούμε να συναντήσουμε εδώ είναι οι εξής:

(1) **Η Αμφιλογία**, όταν μια λέξη ή φράση χρησιμοποιείται με μια έννοια σε μια πρόταση και με μια άλλη έννοια σε μια άλλη πρόταση ή στο συμπέρασμα.

π.χ.: «Το θράσος του Γιάννη τρέλανε την Άννα (τη θύμωσε). «Οι τρελοί πρέπει να κλείνονται στο τρελοκομείο». «Άρα η Άννα πρέπει να κλειστεί στο τρελοκομείο».

(2) **Η Αμφιβολία**, όταν η σύνταξη μιας πρότασης είναι τέτοια, ώστε αυτή να έχει πολλά νοήματα, όπως το περίφημο «ήξεις αφήξεις ου θνήξεις εν πολέμω», όπου η απουσία στίξεως στη μαντεία που έδωσε η Πυθία στον απερχόμενο στο πόλεμο πολεμιστή, δίνει δύο εντελώς αντίθετες σημασίες στη πρόταση, ανάλογα με το πού θα τοποθετηθεί το κόμμα - πριν ή μετά το «ου».

(3) **Ο Τονισμός**, που μπορεί να ενταχθεί στην αμφιβολία, και εμφανίζεται όταν μια πρόταση μπορεί να έχει διαφορετικές σημασίες, ανάλογα με το ποια λέξη τονίζεται σε αυτή, όπως π.χ. "οι άνθρωποι **θεωρούνται** ίσοι» και "οι άνθρωποι θεωρούνται **ίσοι**".

(4) **Η Σύνθεση** που συμβαίνει όταν η αρχική πρόταση ότι τα μέρη ενός όλου έχουν μια ορισμένη φύση χρησιμοποιείται ακατάλληλα για να συμπεράνει κάποιος ότι και το ίδιο το όλον πρέπει να έχει αυτή τη φύση, όπως π.χ. μπορεί κάποιος να ισχυριστεί ότι μια ιστορία που αποτελείται από καλές παραγράφους είναι μια καλή ιστορία.

(5) **Η Διάρρηση**, το αντίθετο της σύνθεσης, που συμβαίνει όταν η πρόταση ότι ένα όλον έχει μια ιδιαίτερη φύση χρησιμοποιείται ακατάλληλα για να συμπεράνει κάποιος ότι και ορισμένα μέρη αυτού του όλου πρέπει να έχουν αυτή τη φύση, όπως π.χ. όταν ισχυρίζεται κάποιος για ένα μακροσκελή λόγο ότι κάθε πρότασή του είναι μακρά. Το σφάλμα όμως αυτό και το προηγούμενό του μπορούν να θεωρηθούν σαν ειδικές περιπτώσεις της αμφιλογίας.

ΤΥΠΙΚΑ ΛΑΘΗ.

Κλασικό τυπικό λάθος είναι το λάθος του συνεπακόλουθου, που αναφέρεται σε υποθετικές προτάσεις της μορφής "εάν A (υπόθεση), τότε B (συμπέρασμα)". Αυτό το χρησιμοποιούν κατά κόρον οι προπαγανδιστές και ιδιαίτερα οι πολιτικοί δημαγωγοί. Το λάθος αυτό έχει δυο μορφές:

1) Την άρνηση της υπόθεσης, όπου από τις προτάσεις "εάν A, τότε B" και "όχι A" (δηλαδή από το γεγονός ότι ισχύει η συνεπαγωγή $A \Rightarrow B$ και δεν ισχύει η υπόθεση A), επιχειρηματολογεί κάποιος εσφαλμένα το συμπέρασμα "όχι B" (ότι δηλαδή δεν ισχύει η πρόταση B).

Π.χ.:

A: "Εάν το ΠΑΣΟΚ ήταν ένα Δεξιό κόμμα, τότε θα ιδιωτικοποιούσε οπωσδήποτε τα ναυπηγεία",

B: "Το ΠΑΣΟΚ δεν είναι ένα δεξιό κόμμα"

Και το συμπέρασμα:

"Άρα το ΠΑΣΟΚ δεν θα ιδιωτικοποιήσει ποτέ τα ναυπηγεία".

Ή πάλι ανόητες επιχειρηματολογίες στη Βουλή του τύπου Παναθηναϊκός - Ολυμπιακός: "Θα νικήσουμε εμείς, γιατί είμαστε οι καλύτεροι". Πραγματικά φοβερή λογική, ευφυέστατος συλλογισμός!

Βασικά σημαίνει τα εξής:

A: "Νικάει πάντα ο καλύτερος",

B: "Εμείς είμαστε οι καλύτεροι»

Σ: "Άρα θα νικήσουμε εμείς".

Βέβαια ξέρουν ότι αυτά που λένε, μεγάλοι άνθρωποι, είναι παιδικές ανοησίες και όμως τους βλέπουμε και τους ακούμε. Είμαστε δυστυχώς μικρά παιδιά και το ξέρουν! Γι' αυτό και μας εξαπατούν. Θα μεγαλώσουμε ποτέ άραγε;

(2) Τη βεβαίωση του συμπεράσματος, όπου από τις προτάσεις "εάν Α, τότε Β" και "Β", (δηλαδή από την ισχύ της συνεπαγωγής $A \Rightarrow B$ και του συμπεράσματος Β, επιχειρηματολογεί κάποιος λαθεμένα την ισχύ της υποθέσεως Α.

Π.χ.:

Α: "Εάν κάποιος είναι Αθηναίος, τότε είναι κάτοικος της Αττικής"
Β: "Ο Γιώργος είναι κάτοικος της Αττικής"
Σ: "Άρα ο Γιώργος είναι Αθηναίος".

Ή ακόμα

$3 = -3$ (Υπόθεση λάθος)

Αν δυο αριθμοί είναι ίσοι, τότε και τα τετράγωνά τους είναι ίσα (σωστή συνεπαγωγή ή λογική διαδικασία).

Άρα $3^2 = (-3)^2$ (Συμπέρασμα σωστό).

Δηλαδή εδώ έχουμε συμπέρασμα σωστό, λογική διαδικασία σωστή και όμως υπόθεση εσφαλμένη!. Η ορθότητα επομένως του συμπεράσματος και της λογικής διαδικασίας δεν εξυπακούει και την ορθότητα της υπόθεσης.

ΛΟΓΙΚΑ ΠΑΡΑΔΟΞΑ

Από την αρχαιότητα είχαν επισημανθεί πολλά λογικά παράδοξα, προτάσεις δηλαδή που αυτοαντιφάσκουν, που σε αφήνουν μετέωρο, μην μπορώντας να τις χαρακτηρίσεις σαν αληθείς ή ψευδείς. Αυτές έχουν την αντιφατική δομή να αληθεύουν όταν είναι ψευδείς και να είναι ψευδείς όταν αληθεύουν!

Π.χ. η πρόταση : «Αυτή η πρόταση είναι ψευδής». Ο Επιμενίδης φθάνοντας στην Αθήνα από την Κρήτη τον 6^ο π.χ. αιώνα μπερδέψε τους Αριστοτελικούς φιλοσόφους δηλώνοντας: «Όλοι οι Κρητικοί λένε ψέματα!» Ή πάλι: ο Αριστοτέλης δηλώνει: «Ο Πλάτωνας λέει πάντα την αλήθεια», αλλά ο Πλάτωνας έχει άλλη άποψη: «Ο Αριστοτέλης λέει πάντα ψέματα!». Ποιος απ' αυτούς λέει αλήθεια και ποιος ψέματα;

Από τη μεριά του, ο **Ευβουλίδης ο Μιλήσιος** άσκησε έντονη κριτική στη θεωρία κατηγοριών του Αριστοτέλη και εναντίον του ορισμού απ' αυτόν της κίνησης. Επινόησε μάλιστα προς το σκοπό αυτό διάφορα ωραία παράδοξα, ένα από τα οποία ήταν επίσης αυτό του ψεύτη:

Εάν κάποιος παραδεχτεί ότι αυτή τη στιγμή ψεύδεται, αυτό που λέει είναι αλήθεια ή ψέμα;

Υπάρχουν πολλά τέτοια «Παράδοξα του Ψεύτη», όπως γενικά ονομάζονται, τα οποία αφορούν αυτοαναφορικές προτάσεις.

Σύμφωνα με το *Παράδοξο του Κουρέα* του Ράσελ σε ένα χωριό, όπου όλοι οι άντρες είναι όλοι φρεσκοξυρισμένοι κάθε μέρα, υπάρχει ένας μόνον κουρέας, ο οποίος ξυρίζει όλους τους άντρες που δεν ξυρίζονται μόνοι τους. Το ερώτημα είναι: Ποιος ξυρίζει τον κουρέα; Μια ανάλογη μορφή αυτού του παράδοξου συντάραξε τη μαθηματική κοινότητα στις αρχές του 20^{ου} αιώνα αποκαλύπτοντας μια ισχυρή αντίφαση στη θεωρία των συνόλων.

Όταν ο μαθηματικός Gottlob Frege τελείωσε μετά από μια περίπου δεκαετία σκληρής δουλειάς την αξιωματικοποίηση της αριθμητικής θεωρίας, εξάγοντας εκατοντάδες θεωρήματα της αριθμητικής από μερικά μόνον αρχικά βασικά αξιώματα, και ενώ ήταν έτοιμος να δημοσιεύσει το δεύτερο τόμο της μελέτης του, έλαβε μια επιστολή από το διάσημο μαθηματικό και φιλόσοφο Μπέρναρντ Ράσελ που του επιστούσε την προσοχή για ένα σοβαρό λάθος που αυτός είχε ανακαλύψει στον πρώτο τόμο του.

Ας κατανοήσουμε αρχικά ότι ορισμένα σύνολα μπορούν να περιλαμβάνουν σαν ένα στοιχείο τους και τον εαυτό τους, όπως π.χ. το σύνολο όλων των ιδεών, που προφανώς είναι επίσης μια (σύνθετη) ιδέα ή το σύνολο όλων των συνόλων, που είναι προφανώς επίσης σύνολο. Μερικά πάλι άλλα σύνολα δεν περιλαμβάνουν και τον εαυτό τους σαν ένα από τα στοιχεία τους, όπως π.χ. το σύνολο όλων των ανθρώπων ή ανθρωπότητα, που προφανώς δεν είναι το ίδιο άνθρωπος ή το σύνολο όλων των βιβλίων που δεν είναι ένα βιβλίο και αυτό. Έτσι λοιπόν μπορούμε να χωρίσουμε όλα τα δυνατά σύνολα σε δυο μεγάλες κατηγορίες: σε αυτά που περιλαμβάνονται και σαν στοιχεία του εαυτού τους και σε αυτά που δεν περιλαμβάνονται σε στοιχεία του εαυτού τους. Ας ονομάσουμε **A το σύνολο όλων των συνόλων που δεν αποτελούν μέλη του εαυτού τους**, όπως και το σύνολο όλων των ανθρώπων. Ο Ράσελ έθεσε το εξής ερώτημα: Είναι το σύνολο A μέλος του εαυτού του, στοιχείο δηλαδή και αυτό του συνόλου A; Αν είναι, τότε με βάση τον ορισμό του συνόλου A, αυτό δεν μπορεί να είναι μέλος του A. Αν πάλι το A δεν είναι μέλος του A, τότε πρέπει, με βάση τον ορισμό του, να είναι μέλος του A. Το A λοιπόν ανήκει και δεν ανήκει στο A, δημιουργώντας έτσι μια οξυτάτη αντίφαση.

Ο 82ετής Frege πικράθηκε πολύ από αυτή την ασυνέπεια, αλλά ήταν ήδη αργά για να κάνει διορθώσεις και να ξαναγράψει από την αρχή το έργο της ζωής του. Έτσι συμπεριέλαβε την επιστολή του Ράσελ στον δεύτερο τόμο του, δηλώνοντας τα εξής: «Δύσκολα μπορεί να βρεθεί ένας επιστήμονας σε πιο δυσάρεστη θέση από αυτή του να δει να προδίδεται η θεμελίωση του έργου του, τη στιγμή ακριβώς που το έχει ολοκληρώσει. Σε αυτή τη θέση βρέθηκα μετά από μια επιστολή του κ. Μπέρναρντ Ράσελ τη στιγμή που το έργο μου ετοιμαζόταν να εκδοθεί». Παρότρυνε στη συνέχεια τις επόμενες γενεές μαθηματικών να ασχοληθούν με την επίλυση αυτής της αντίφασης.

Ο Ράσελ, βέβαια, δε θα άφηνε την πρόκληση, υποθέτοντας αρχικά ότι θα έβρισκε γρήγορα την απάντηση. Πάλεψε αρκετά, αλλά δεν τα κατάφερε. Μετά από τέσσερα χρόνια αποφάσισε πώς βρήκε επιτέλους τη λύση: Απλά δε θα επέτρεπε στο παράδοξο να συμβεί. Θα το απαγόρευε! Θα αναθεωρούσε αξιωματικά τον ορισμό του συνόλου, ώστε να μην το περιλαμβάνει, να μην το δημιουργεί! Ωραίος πραγματικά τρόπος για να απαλλάσσει από τις αντιφάσεις που δεν μπορείς να αντιμετωπίσεις! Ο

Ράσελ απαγόρευσε λοιπόν στον αναθεωρημένο ορισμό του συνόλου που πρότεινε ένα σύνολο να μπορεί να θεωρηθεί και σαν ένα μέλος από τα στοιχεία του και η αντίφαση ως εκ θαύματος εξαφανίστηκε...

Κατάλαβε επίσης ότι το βασικό πρόβλημα ήταν η αυτοαναφορική πρόταση ως προς την ιδιότητα του συνόλου και γενικότερα όλων των αυτοαναφορικών προτάσεων που δημιουργούν παράδοξα. Έτσι σε μια «λογική» συζήτηση απαγορεύονται οι αυτοαναφορικές προτάσεις. Ο κόσμος μας γίνεται με αυτό τον τρόπο «λογικότερος», αλλά σίγουρα φτωχότερος!

Μπορεί ο Ράσελ να «έλυσε» με τη «Θεωρία των Τύπων» του τα παράδοξα της αυτοαναφοράς, απαγορεύοντάς τα, αλλά αυτή, όπως έχει παρατηρηθεί, είναι η δική του λογική και οι δικοί του κανόνες και δεν πρέπει σώνει και καλά να παίξουμε το παιχνίδι με τους δικούς του όρους. Όπως επεσήμανε ο von Foerster: «όπως γνωρίζετε, η αυτοαναφορά είναι ένα σύνηθες φαινόμενο. Απλά, επειδή ο κύριος Ράσελ επινόησε αυτούς τους κανόνες, πρέπει αυτό να σημαίνει ότι δεν πρέπει να επιτρέψουμε ποτέ σε κανένα άτομο να εξετάσει τις ίδιες τις εμπειρίες του (επειδή έτσι αυτοαναφαίρεται); Πρέπει το σύστημα που παρατηρείται και το σύστημα που παρατηρεί να είναι πάντοτε διαφορετικά; Εάν έχουμε δύο παρατηρούμενα συστήματα, π.χ., δύο ανθρώπους, πώς αποφασίζουμε ποιο είναι “μετά” σε ποιο;».

Σύμφωνα επίσης με τον Keeney, εάν υπακούαμε πάντα στη «Θεωρία των Τύπων» του Ράσελ που εξοβελίζει τις αντιφάσεις, ο εμπειρικός κόσμος θα ήταν επίπεδος και στάσιμος ή, όπως έχουν επισημάνει άλλοι: «χωρίς χιούμορ, ποίηση, μάθηση και δημιουργικότητα, οι οποίες μπορούν να υπάρξουν μόνο όταν συμβαίνουν σφάλματα της λογικής, όταν δηλαδή αναμιγνύονται τα δυο επίπεδα!»

Η λογική, για χάρη της «αντικειμενικότητας» ή της συνέπειας και της μη-αντίφασης, επιδιώκει να διαχωρίσει τον παρατηρητή από τα παρατηρούμενα. Δεν του επιτρέπει να συμπεριλαμβάνει τον εαυτό του στις παρατηρήσεις του, κάτι όμως που είναι αναπόφευκτο στα κβαντικά φαινόμενα, όπου ο παρατηρητής είναι **συμμέτοχος**, επηρεάζοντας άμεσα το αποτέλεσμα της παρατήρησης και ποτέ δεν μπορεί να απομονωθεί από αυτήν! Στην κβαντική επίσης φυσική το ηλεκτρόνιο είναι ένα περιορισμένο σωματίδιο και ένα απεριόριστο κύμα συγχρόνως. Υπάρχει και δεν υπάρχει, είναι συγχρόνως εδώ και εκεί και έχει γενικά όλες σχεδόν τις αντιφατικότητες που απαγορεύει η «λογική» της μη αντίφασης, αλλά επιτρέπει άνετα η διαλεκτική ή η «κβαντική» λογική και η *Αρχή της Συμπληρωματικότητας* (των αντιθέτων) του Μπορ. Ποια λοιπόν από τις δυο αυτές λογικές είναι η πιο σωστή; Η κλασική, του απομονωμένου, μη αυτοαναφορικού παρατηρητή ή η κβαντική λογική του συμμετόχου παρατηρητή; Διαλέξτε και πάρτε!

Ο ίδιος ο θεμελιωτής της θεωρίας των συνόλων, μεγάλος μαθηματικός Cantor, είχε ανακαλύψει ένα ακόμα παράδοξο στη θεωρία του: Αν θεωρήσουμε το δυναμοσύνολο ενός συνόλου, το σύνολο δηλαδή όλων των υποσυνόλων του, αποδεικνύεται εύκολα ότι αυτό έχει πάντα περισσότερα στοιχεία από το ίδιο το σύνολο. Αν όμως θεωρήσουμε τώρα το σύνολο όλων των συνόλων, τότε το δυναμοσύνολό του αναγκαστικά δεν μπορεί να

περιέχει περισσότερα στοιχεία από τον εαυτό του, αφού θα περιλαμβάνει όλα τα δυνατά σύνολα. Έτσι λοιπόν το δυναμοσύνολο ενός συνόλου θα έχει συγχρόνως ίδια ακριβώς στο πλήθος στοιχεία με αυτό και περισσότερα από αυτό!

«Και λοιπόν;», θα μου πείτε. «Πού είναι το πρόβλημα; Ορίζουμε απλώς αξιωματικά ότι το σύνολο όλων των συνόλων δεν είναι σύνολο και **απαγορεύουμε** έτσι και αυτή την αντίφαση! Δε λύνονται όμως έτσι τα προβλήματα της λογικής, η οποία θέλει σώνει και καλά να περιορίσει τον κόσμο σε μια δική της τεχνική κατασκευή. Ο κόσμος είναι από τη φύση του αντιφατικός και όσο και να προσπαθούν οι μαθηματικοί της λογικής να διώξουν δια νόμου ή δια ροπάλου το δαίμονα της ασυνέπειας και αντίφασης, αυτός θα βρίσκει πάντα τον τρόπο να παρεισφρέει μυστικά και δόλια και να διαταράσσει τα υποτιθέμενα συνεπή τους συστήματα.

Η Ανατολή ποτέ δεν ήταν τόσο άκαμπτη και απόλυτη όσο η Δύση. Ποτέ δε φοβήθηκε το «δαίμονα της αντίφασης», ούτε και προσπάθησε να τον εξοβελίσει από τη φιλοσοφία της ή τα λογικά της συστήματα. Αντίθετα, τον χρησιμοποίησε με τέχνη σα βοηθό για να μεταδώσει τα βαθύτερα μηνύματά της και τις εννοήσεις της. Δεν υπάρχει μόνον το φως και το σκοτάδι, αλλά και οι αποχρώσεις της σκιάς, όπου υπάρχει αμφότερα φως και σκοτάδι! Ακόμα και το απόλυτο φως είναι σκοτάδι! Και μέσα επίσης στο οποιοδήποτε σκοτάδι, οσοδήποτε βαθύ για τα μάτια μας, υπάρχει πάντα αόρατο φως με μικρότερες ή μεγαλύτερες συχνότητες από αυτές του οπτικού φάσματος. Η Αντίφαση δεν είναι ένας δαίμονας. Ανόητοι είναι οι δονκιχώτες της λογικής που πολεμούν με τις χίμαιρές τους.

Ένα άλλο γνωστό σόφισμα του Ευβουλίδη του Μιλήσιου είναι ο "**εγκεκαλυμμένος**", ένα εριστικό παιχνίδι με βάση το ρήμα "γνωρίζω" και τις σημασίες του:

Λες ότι γνωρίζεις τον αδερφό σου. Τον άνθρωπο που ήλθε αυτή ακριβώς τη στιγμή με το κεφάλι καλυμμένο δεν τον γνώρισες. Κι όμως είναι ο αδερφός σου!

ή ακόμα

Πότε θεωρείται φαλακρός ένας άνθρωπος, όταν έχει μία μόνο τρίχα, δύο, τρεις ή μέχρι πόσες τρίχες;

Το τελευταίο συγκαταλέγεται στα **παράδοξα των «σωρευτών»**. Ένα παρόμοιο είχε παρουσιάσει και ο Σκεπτικός Αρκεσίλαος σχετικά με το εάν ένας, δύο, τρεις,... κ.λ.π. κόκκοι σιταριού αποτελούν ένα σωρό.

Το όλο επιχείρημα παρουσιάζεται με λογική συνέπεια μέσω της μεθόδου της τελείας επαγωγής ως εξής:

Υπόθεση:

1. Ένας κόκκος σιταριού δεν αποτελεί ένα σωρό.
2. Εάν k κόκκοι σιταριού δεν αποτελούν ένα σωρό, τότε ούτε $k+1$ κόκκοι σιταριού αποτελούν ένα σωρό.

Συμπέρασμα:

Οσοιδήποτε κόκκοι σιταριού, ακόμα και άπειροι δεν αποτελούν ένα σωρό!

Αν π.χ. εφαρμόσουμε εδώ τον Κανόνα Αποσπάσεως 1.000.00. φορές θα φτάσουμε στο συμπέρασμα ότι 1.000.000 κόκκοι σιταριού δεν αποτελούν ένα σωρό!

Υπάρχουν αμέτρητα παράδοξα σωρειτών τα οποία μπορούν να εκφραστούν με αυτόν τον τρόπο, όπως π.χ. το παραπάνω παράδειγμα του Ευβουλίδη για τον φαλακρό άνθρωπο:

1. Ένας άνθρωπος με μια μόνο τρίχα στο κεφάλι του είναι φαλακρός.
2. Εάν ένας άνθρωπος είναι φαλακρός, τότε και με μια ακόμη τρίχα στο κεφάλι του είναι πάλι φαλακρός.

Συμπέρασμα: Ένας άνθρωπος με 100.000 τρίχες στο κεφάλι του είναι φαλακρός!

Μια απλή ανάλυση δείχνει ότι τα παράδοξα αυτά δημιουργούνται από την ασάφεια των ορισμών του «σωρού» και της «φαλάκρας», με άλλα λόγια από την μη ύπαρξη μιας διαχωριστικής γραμμής μεταξύ σωρού και μη σωρού ή μεταξύ φαλάκρας και μη φαλάκρας. Για να ξεπεράσουμε λοιπόν αυτή την ασάφεια θα πρέπει να ορίσουμε μια κατάσταση όπου ένα πλήθος κόκκων σιταριού **είναι και δεν είναι συγχρόνως ένας σωρός** ή μία διαχωριστική γραμμή όπου ένας άνθρωπος **είναι και δεν είναι συγχρόνως φαλακρός**. Πάνω από αυτό το όριο η διαχωριστική γραμμή θα υπάρχει ο σωρός ή αντίστοιχα η μη φαλάκρα και κάτω από αυτό ο μη σωρός ή η φαλάκρα. Στο ίδιο όμως το όριο, όπου γίνεται η μετάβαση από τη μια κατάσταση στην άλλη, το αντικείμενο θα είναι αναγκαστικά συγχρόνως και σωρός και μη σωρός και φαλακρός και μη φαλακρός, αρνούμενο έτσι το Νόμο της Μη Αντίφασης!

Τι θα κάνουμε λοιπόν; Αν ορίσουμε με σαφήνεια τη φαλακρότητα, θα καταλήξουμε στην άρνηση του θεμελιώδους νόμου της Λογικής μας και εάν την αφήσουμε έτσι όπως είναι ασαφής θα οδηγηθούμε σε λογικά παράδοξα!

Είναι εμφανές ότι τα παράδοξα των σωρειτών έρχονται κατά ζεύγη. Μπορούν δηλαδή να εκφραστούν και αντίστροφα, με αφαίρεση τώρα αντί για πρόσθεση της βασικής δομικής τους μονάδας. Μπορούμε δηλαδή να ξεκινήσουμε από έναν σωρό που αναγνωρίζουμε σαν τέτοιο και αν αρχίσουμε μετά να αφαιρούμε έναν-έναν κόκκο σιταριού ή άμμου ή μία-μία τρίχα από το κεφάλι ενός ανθρώπου με μαλλιά, θα φτάσουμε τελικά σε ένα μόνον κόκκο ή σε μία μόνον τρίχα και θα έχουμε πάλι σωρό!

Τέτοια ακριβώς προβλήματα αντιμετώπισαν οι σύγχρονοι επιστήμονες της Λογικής και προχώρησαν στη συνέχεια στη δημιουργία άλλων μη κλασικών Λογικών που μπορούν να επιλύουν αυτά τα παράδοξα.

Η ΑΡΧΗ ΤΗΣ...ΕΚΡΗΞΗΣ (EXPLOSION)

Στην κλασική λογική και σε μερικά άλλα λογικά συστήματα, όπως π.χ. στην «Διαισθητική Λογική (Intuitionistic Logic), ισχύει η λεγόμενη **Αρχή της Έκρηξης (explosion)**, σύμφωνα με την οποία «**από μια αντίφαση μπορεί να εξαχθεί το οποιοδήποτε συμπέρασμα**» με άλλα λόγια, αν δεχτούμε τη μη ισχύ του Νόμου της Μη Αντίφασης, δηλαδή αν επιτρέψουμε να ισχύουν ταυτόχρονα το A και το όχι A, τότε μπορούμε από οποιαδήποτε υπόθεση να εξαγάγουμε λογικά οποιοδήποτε συμπέρασμα. Με απλά λόγια τότε όλα είναι δυνατά ή αληθινά!

Αυτό εκφράζεται συμβολικά ως εξής:

{P, -P} |- Q

Και διαβάζεται:

«Εάν ισχυριστεί κάποιος ότι αμφότερες οι προτάσεις P και -P είναι αληθείς, τότε μπορεί να εξαγάγει λογικά οποιοδήποτε συμπέρασμα»

Η Αρχή αυτής της Έκρηξης αποτελεί Θεώρημα της Τυπικής λογικής!

Έτσι, σύμφωνα με την κλασική Λογική, μια Λογική που αποδέχεται την έκρηξη είναι τελείως υποκειμενική και ασυνεπής, ή, θα μπορούσε να πει κανείς πιο απλά, «Σοφιστική» ή «Πρωταγορική»

Αυτό είναι το κατεξοχήν επιχείρημα την Τυπική Λογικής εναντίον των αμφισβητιών της!

Είναι γεγονός ότι όλη η γνωστή αριθμητική θεωρία και άλγεβρα καταρρίπτονται αν επιτρέψουμε την έκρηξη... Η φιλοσοφία μπορεί εύκολα να την επιτρέψει, π.χ. με την Διαλεκτική, αλλά τα μαθηματικά την αρνούνται κατηγορηματικά, τουλάχιστον τα μαθηματικά που ξέρουμε.

Η λογική του Ράσελ απαγορεύει την έκρηξη και όπως λέει μια ιστορία κάποτε αυτός υποστήριξε σε ένα φιλικό γεύμα ότι στη λογική του από μια αντίφαση μπορεί να συμπεράνει κανείς οτιδήποτε. Ένας συνδαιτυμόνας τότε φίλος του τον προκάλεσε να του αποδείξει από την αντίφαση $2 = 3$

ότι είναι ο Πάπας! Αφού σκέφτηκε για λίγο ο Ράσελ, απάντησε ως εξής: Αν αφαιρέσουμε και από τα δύο μέλη αυτής της αντιφατικής ισότητας το 1 παίρνουμε ότι $1 = 2$. Εγώ λοιπόν και ο Πάπας είμαστε δύο. Σύμφωνα όμως με την ισότητα είμαι και ένας. Άρα εγώ και ο Πάπας είμαστε ένας!

Φανταστείτε ένας αριθμός να είναι και να μην είναι άρτιος, να είναι και να μην είναι μεγαλύτερος ενός άλλου ή ίσος με ένα άλλο, να διαιρείται και να μην διαιρείται με αυτόν κ.ο.κ. ή μια αλγεβρική παράσταση να είναι και να μην είναι ταυτότητα, μια εξίσωση να έχει και να μην έχει λύσεις και πάει λέγοντας. Είναι γεγονός ότι με μια τέτοια παραδοχή δεν μπορεί να σταθεί ούτε το αριθμητικό σύστημα με τα θεωρήματά του, ούτε καμιά κλασσική άλγεβρα. Σε μια τέτοια περίπτωση θα μπορούσε ο καθένας με βάση οποιαδήποτε υπόθεση να αποδείξει οποιαδήποτε συμπέρασμα. Γι' αυτό ακριβώς μια τέτοια «ασυνεπής» Λογική λέγεται από τους υποστηρικτές του κλασσικού ορθολογισμού «εκρηκτική», διότι καταστρέφει τα πάντα, με το να αρνείται κάθε συνεπή αποδεικτική διαδικασία ή εξαγωγή συνεπών συμπερασμάτων.

Είναι ακριβώς το ίδιο με το να επιτρέψουμε στο μηδέν να έχει αντίστροφο, να είναι δυνατή δηλαδή η διαίρεση με το μηδέν. Αμέσως όλο το αριθμητικό σύστημα γκρεμίζεται, διότι εύκολα μπορούμε να αποδείξουμε τότε ότι κάθε αριθμός είναι ίσος με οποιοδήποτε άλλο αριθμό ή ακόμα μεγαλύτερος και μικρότερος συγχρόνως από οποιονδήποτε άλλο αριθμό! Αυτός είναι ο λόγος που οι μαθηματικοί ανακατεύονται όταν ακούν για μια διαίρεση με το μηδέν...

Για παράδειγμα, θα σας αποδείξω ότι $2 = 5$:

Έστω ότι $a = \beta$. Πολλαπλασιάζουμε και τα δύο μέλη αυτής της σχέσης με το 3 και έχουμε $3a = 3\beta$ ή $5a - 2a = 5\beta - 2\beta$ ή $2\beta - 2a = 5\beta - 5a$ ή $2 \cdot (\beta - a) = 5 \cdot (\beta - a)$ και διαιρώντας και τα δύο μέλη με το $\beta - a$ παίρνουμε αμέσως ότι $2 = 5$!

Το λάθος μας σε αυτή την αποδεικτική διαδικασία είναι η τελευταία πράξη της διαίρεσης με το $a - \beta$, διότι επειδή είναι εξ' αρχής $a = \beta$ θα είναι και $a - \beta = 0$ κι επομένως διαιρέσαμε ανεπίτρεπτα με το μηδέν (καταστρατηγήσαμε δηλαδή ένα από τα βασικά αξιώματα της αριθμητικής θεωρίας) γι' αυτό και καταλήξαμε σε ένα ασυνεπές συμπέρασμα.

Τι Λογική λοιπόν θα είναι αυτή, επιχειρηματολογούν οι υποστηρικτές του Νόμου της Μη Αντίφασης, αφού μέσω αυτής θα μπορείς να αποδείξεις ό,τι θέλεις, χωρίς καμιά συνέπεια και χωρίς κανένα βάρος ή εγκυρότητα ως προς το εξαγόμενο με αυτόν τον τρόπο συμπέρασμα; Σύμφωνα έτσι με την κλασσική άποψη ένα ασυνεπές σύστημα που επιτρέπει την έκρηξη έχει κάθε πρόταση σα θεώρημα και είναι επομένως «επουσιώδες» ή «αναξιόλογο» (trivial), απ' όπου και η **trivial logic**.

Και το επιχειρήμά τους αυτό είναι όντως πολύ ισχυρό. Πώς μπορούμε να το αντιμετωπίσουμε; Πριν όμως συζητήσουμε πάνω σε αυτό και για το πώς θα μπορούσαμε να είμαστε λογικοί, παρόλο που επιτρέπουμε την έκρηξη, ας δούμε τι απάντησαν άλλες σύγχρονες Λογικές ως προς αυτό το θέμα.

ΠΑΡΑΣΥΝΕΠΕΙΣ ΛΟΓΙΚΕΣ

Κάθε μεγάλη πρόοδος στην επιστήμη έχει προκύψει από ένα καινούργιο θράσος της φαντασίας.

Quest for Certainty

John Dewey, The

Δεν υπάρχει ούτε μια ιδέα, οσοδήποτε παράλογη και αποκρουστική, που δεν έχει μια λογική πτυχή και δεν υπάρχει ούτε μια άποψη, οσοδήποτε εύλογη και ανθρωπιστική, που να μην ενθαρρύνει και να κρύβει μετά την ηλιθιότητά μας και τις εγκληματικές τάσεις μας .

Paul Feyerabend, Three Dialogues
on Knowledge

Οι υποστηρικτές των σύγχρονων **Παρασυνεπών Λογικών** (Paraconsistent Logic), όπως ονομάζονται, απορρίπτουν την Αρχή της Έκρηξης. Αρνούνται την υπόθεση ότι δεν μπορεί να υπάρχει κανένα μοντέλο της σύζευξης του A με την άρνησή του (που είναι το σημασιολογικό επιχείρημα των υποστηρικτών αυτής της Αρχής) και επινοούν σημασιολογικά συστήματα στα οποία υπάρχουν πράγματι τέτοια μοντέλα.

Μια Λογική θεωρείται έτσι παρασυνεπής όταν ο Νόμος Διαλογισμού η Συμπερασματικός Κανόνας της **επιτρέπει την έκρηξη, αλλά δεν επιτρέπει την εξαγωγή οποιουδήποτε συμπεράσματος από ένα ζευγάρι αντίφασης**. Με άλλα λόγια **απορρίπτει και αυτή την επουσιώδη (non-trivial) ασυνέπεια**.

Οι παρασυνεπείς Λογικές επομένως αποδέχονται την αλήθεια μερικών αντιφάσεων και ότι **το ασυνεπές (αντιφατικότητα) μιας θεωρίας δεν αποτελεί πάντα ένδειξη για την ανακρίβειά της**.

Η άποψη αυτή ονομάζεται σύμφωνα με τον σύγχρονο νεολογισμό **Διαληθισμός** (dialetheism) και οι υποστηρικτές της **Διαληθιστές** (δι-αλήθεια).

Είναι εμφανές ότι οι διαληθιστές δε δέχονται την καθολική ισχύ επίσης του Νόμου της Απαγωγής σε Άτοπο, ο οποίος, όπως είδαμε, στηρίζεται στο Νόμο της Μη -Αντίφασης. Σύμφωνα με αυτούς η εξαγωγή μιας αντίφασης από μια δοσμένη υπόθεση δεν εξυπακούει αναγκαστικά και τη μη ισχύ της υπόθεσης.

Μέσα από την πίεση των πολλαπλών εμφανιζόμενων παραδόξων της κλασσικής λογικής αρκετοί πρωτοπόροι δυτικοί μαθηματικοί τόλμησαν να δημιουργήσουν συστήματα λογικής που να συμπεριλαμβάνουν την αντίφαση. Τα συστήματα αυτά, τα οποία ξεκίνησαν τουλάχιστον από το 1910 με την τρισήμαντη λογική του Πολωνού μαθηματικού Lukasiewicz, δέχονται τρεις, τέσσερες ή και άπειρες τιμές αληθείας και όχι μόνο την

αλήθεια και το ψέμα! Τα *para-συνεπή* αυτά συστήματα, όπως ονομάζονται θεμελιώθηκαν αξιωματικά με τέτοιο τρόπο ώστε να επιλύουν τις περισσότερες γνωστές αντιφάσεις των παραδόξων της κλασσικής λογικής, επιτρέποντάς τες και όχι απαγορεύοντάς τες.

Οι υποστηρικτές της παρασυνεπούς λογικής απορρίπτουν την Αρχή της Έκρηξης. Αρνούνται την υπόθεση ότι δεν μπορεί να υπάρχει κανένα μοντέλο σύζευξης του A με την άρνησή του και επινοούν σημασιολογικά συστήματα στα οποία υπάρχουν πράγματι τέτοια μοντέλα. Μια λογική ορίζεται έτσι σαν παρασυνεπής όταν η συμπερασματική της αρχή είναι τέτοια που επιτρέπει την έκρηξη, αλλά δεν επιτρέπει την εξαγωγή οποιουδήποτε συμπεράσματος από ένα ζεύγος αντίφασης. Δε δέχεται δηλαδή την επουσιώδη (non-trivial) ασυνέπεια.

Όπως είδαμε, όταν εφαρμόσουμε τον Κανόνα Αποσπάσεως 20.000 φορές σε έναν άνθρωπο με 20.000 τρίχες στο κεφάλι που δεν είναι φαλακρός, καταλήγουμε με έναν άνθρωπο με καμιά τρίχα στο κεφάλι που συνεχίζει να μην είναι φαλακρός! Αναλύοντας αυτό το πρόβλημα ασαφούς διάκρισης της φαλακρότητας με μια παρασυνεπή λογική, μπορούμε να δεχτούμε μια διαχωριστική γραμμή όπου ένα άτομο μπορεί να αναγνωριστεί σα φαλακρό και μη φαλακρό συγχρόνως. Η αποδοχή αυτή δεν συμπεριλαμβάνει καμιά δέσμευσή μας ότι όλες οι προτάσεις είναι αληθινές, που αποτελεί και το φόβο των νέων συστημάτων λογικής μήπως και καταλήξουν στο σοφιστικό υποκειμενισμό.

Υπάρχουν πολλά παράδοξα ασάφειας όπως το προηγούμενο, η μελέτη και ανάλυση των οποίων οδήγησε στην ανάπτυξη των ασαφών συνόλων (**fuzzy sets**) και της αντίστοιχης ασαφούς λογικής (**fuzzy logic**). Η ασαφής λογική είναι μια μέθοδος μοντελοποίησης ανακριβών συλλογισμών ή ανακριβών ιδεών και κανόνων προσεγγιστικής συλλογιστικής. Η δημιουργία της μεταδίδει την πεποίθηση ότι η σκέψη με όρους ασαφών συνόλων είναι ένα τυπικό χαρακτηριστικό της ανθρώπινης αντίληψης. Ας σημειωθεί ότι η ανάπτυξη της θεωρίας των ασαφών συνόλων έχει ξεπεράσει κάθε προσδοκία με ποικίλες πρακτικές εφαρμογές, ιδιαίτερα στη θεωρία διακοπών και στην επιστήμη των υπολογιστών.

ΤΟ ΘΕΩΡΗΜΑ ΤΗΣ ΜΗ ΠΛΗΡΟΤΗΤΑΣ ΤΟΥ ΓΚΕΝΤΕΛ

Κατά τα τέλη του 19^{ου}, όπως είδαμε προηγούμενα με τον Gottlob Frege, ξεκίνησε μια μεγάλη προσπάθεια φορμαλισμού των μαθηματικών, ώστε να αποτελέσουν ένα συνεπές, αδιαμφισβήτητο σύστημα παραγωγής αληθών προτάσεων από ορισμένα βασικά αξιώματα. Το ερώτημα τότε του μεγάλου Γερμανού μαθηματικού Hilbert και άλλων ήταν αν θα μπορούσαμε με τη βοήθεια των γνωστών νόμων της λογικής να παράγουμε κάθε δυνατή αληθινή πρόταση για το μαθηματικό σύστημα και να εξασφαλίσουμε συγχρόνως ότι μόνον αληθινές προτάσεις θα μπορούν να παραχθούν από αυτό. Η αναμενόμενη απάντηση ήταν «ναι». Το ίδιο πίστευε και ο και ο νεαρός τότε Τσέχος μαθηματικός Κουρτ Γκέντελ που βάλθηκε να αναζητήσει αυτή την επιβεβαίωση.

Αρχικά Ο Γκέντελ απέδειξε ότι οποιεσδήποτε προτάσεις και να ληφθούν σαν αξιώματα, μπορεί κάποιος να αποδείξει μόνον εκείνες τις προτάσεις που ισχύουν στις δομές που ικανοποιούν αυτά τα αξιώματα. Αν όμως ισχύει κάποια πρόταση για τους φυσικούς αριθμούς, αλλά δεν ισχύει για ένα άλλο σύστημα οντοτήτων που ικανοποιεί τα ίδια αξιώματα, τότε αυτή η πρόταση δεν μπορεί να αποδειχθεί. Αυτό δε θορύβησε ιδιαίτερα τους μαθηματικούς, διότι πίστευαν ότι δεν υπάρχουν άλλες οντότητες, μεταμφιεσμένες σαν αριθμοί, αλλά ουσιαστικά διαφορετικές από αυτούς. Το δεύτερο έτσι θεώρημα του Γκέντελ ήλθε σαν καταπέλτης πάνω τους.

Στη συνέχεια ο Γκέντελ απέδειξε το 1931 ότι, ανεξάρτητα από το πώς διαμορφώνουμε τα αξιώματα της αριθμητικής θεωρίας, **θα υπάρχει πάντα μια αληθής πρόταση για τους φυσικούς αριθμούς, η οποία δε θα μπορεί να αποδειχθεί.** Κατά μια έννοια δηλαδή υπάρχουν πράγματι αντικείμενα που υπακούουν στα αξιώματα της αριθμητικής θεωρίας, αλλά δεν συμπεριφέρονται σαν τους φυσικούς αριθμούς. Και γιατί να μην μετατρέψουμε αυτή την αληθινή, αλλά αναπόδεικτη, πρόταση σε ένα αξίωμα; Έτσι κι αλλιώς όλα τα αξιώματά μας είναι τέτοιες «αυταπόδεικτες» προτάσεις, τις οποίες θεωρούμε *a priori* σαν αληθείς. Ο Γκέντελ όμως απέδειξε ότι αδιάφορο από το ποιες προτάσεις λαμβάνονται σαν αξιώματα, θα υπάρχουν πάντα μερικές άλλες αληθείς προτάσεις για τους φυσικούς αριθμούς που δε θα μπορούν να αποδειχτούν μέσα στο ίδιο το σύστημα. Ό,τι και να κάνουμε, όπως και να διευθετήσουμε τα κομμάτια του παζλ, ποτέ δε θα το ολοκληρώσουμε πλήρως. Θα καταλήγουμε πάντα σε μερικά κομμάτια που δε θα ταιριάζουν πουθενά! Τα μαθηματικά δεν θα είναι ποτέ το απόλυτα πλήρες και αυτοσυνεπές σύστημα που ονειρεύονταν επί χιλιετίες οι μαθηματικοί.

Το όνειρο έτσι του Hilbert για τη διαμόρφωση ενός τέλει τυπικού συστήματος που θα μπορούσε να παράγει μηχανικά τα μαθηματικά θεωρήματα από τα βασικά αξιώματα της αριθμητικής θεωρίας απεδείχθη μια χίμαιρα. Ποτέ δε θα μπορέσουμε να συλλάβουμε το σύνολο των μαθηματικών αληθειών από ένα πεπερασμένο σύνολο αξιωμάτων. Υπάρχουν όρια στη γνώση μας, γιατί θα απαιτούνται πάντα περισσότερα στοιχεία γι' αυτήν, τα οποία θα πρέπει να ληφθούν αναγκαστικά απ' έξω από το μελετούμενο σύστημα. Δεν υπάρχει απόλυτη βεβαιότητα στα μαθηματικά, όπως δεν υπάρχει και στην κβαντική φυσική. Ό,τι και να κάνουμε, όσο κομψά και να δομήσουμε τις θεωρίες μας, θα υπάρχουν πάντα μη αποδείξιμες αλήθειες που θα εδραιώνουν όρια της λογικής μας, αμφισβητώντας την παντοδυναμία της.

Ο γνωστός Βρετανός μαθηματικός Roger Penrose έχει χρησιμοποιήσει το Θεώρημα της Μη Πληρότητας του Γκέντελ για να υποστηρίξει (ενάντια στον ισχυρισμό της τεχνητή νοημοσύνης) ότι δε θα μπορέσουμε να κατασκευάσουμε ποτέ υπολογιστές με ανθρώπινη ευφυΐα, διότι κάθε υπολογιστής περιορίζεται εκ των πραγμάτων από ένα μηχανικό σύνολο αξιωμάτων που του θέτει ο άνθρωπος και δεν μπορεί έτσι να αποκτήσει ποτέ «διαισθητική γνώση» σαν κι αυτόν. Γενικότερα το Θεώρημα της Μη Πληρότητας του Γκέντελ δείχνει τη μη πληρότητα ή ανεπάρκεια όλων των κλειστών συστημάτων και γι' αυτό έχει χρησιμοποιηθεί για να υποστηριχθεί επίσης ότι δε θα αποκτήσουμε ποτέ μια πλήρη κατανόηση του εαυτού μας, διότι και ο νους μας είναι ένα κλειστό σύστημα.

Πολλοί επιστήμονες πάντως συνεχίζουν τη χιμαιρική αναζήτηση μιας *Θεωρίας των Πάντων* που θα εξηγήει τα πάντα για το φυσικό κόσμο και θα μπορεί να προβλέψει τα πάντα, που όμως αν αυτό ήταν δυνατό θα δημιουργούσε με τη σειρά του παράδοξα αυτοαναφοράς όπως αυτό του Ράσελ.

Το δεύτερο θεώρημα του Γκέντελ απέδειξε επίσης ότι τα μόνα αριθμητικά τυπικά συστήματα που είναι ασυνεπή είναι **αυτά που βεβαιώνουν τη συνέπειά τους**. Αυτό καλό είναι να μας προβληματίσει ιδιαίτερα για τον διαβεβαιωμένο με υπερηφάνεια υποτιθέμενο ορθολογισμό μας....

Το σύστημα της Τυπικής Λογικής και γενικότερα της Μαθηματικής Λογικής είναι ένα «κλειστό», αξιωματικό σύστημα με ορισμένους βασικούς κανόνες που ορίζονται για το σκοπό του παιχνιδιού (τα αξιώματα), οι οποίοι δεν πρέπει ποτέ να αμφισβητηθούν, γιατί χωρίς αυτούς παιχνίδι δε γίνεται... Όταν όμως το παιχνίδι αυτό γίνεται για την ορθολογιστική κατάκτηση και επιβολή μιας δήθεν αντικειμενικής πραγματικότητας ή «Αλήθειας» πάνω μας, τότε τα πράγματα αλλάζουν. Τότε μπορούμε να μη δεχτούμε τους κανόνες αυτού του παιχνιδιού (τα αξιώματά του) και να διασκεδάσουμε με πιο ελεύθερα, ανοιχτότερα και ελαστικότερα παιχνίδια χωρίς απόλυτους και απaráβατους κανόνες. Όλοι οι νόμοι και όλοι οι κανόνες είναι για να παραβιαστούν για τη χαρά του φυσικού και ελεύθερου παιχνιδιού ή έστω αυτού που τους κανόνες τους βάζουμε εμείς οι ίδιοι και μπορούμε όποτε θέλουμε να τους καταργήσουμε και δεν τους επιβάλλουν κάποιοι άλλοι μόνιμα πάνω μας. Ακόμα και στα ηλεκτρονικά παιχνίδια άλλωστε κάνουμε cheating ή μερικές φορές ο ίδιος ο δημιουργός τους συμπεριλαμβάνει κρυφά μέσα στο πρόγραμμα του παιχνιδιού τρόπους αναίρεσης μερικών αυστηρών κανόνων του...Μήπως υπάρχουν και στη φύση άραγε ανάλογοι μηχανισμοί;

Τα φυσικά συστήματα είναι ανοιχτά και σε συνεχή ροή, ανταλλάσσοντας συνεχώς ενέργεια με το περιβάλλον τους, γι αυτό και είναι ζωντανά. Συμπεριλαμβάνουν έτσι πάντα την αντίφαση μέσα τους. Δεν την αποφεύγουν, δεν την αρνούνται, δεν την σπρώχνουν κάτω από το χαλί όταν φανερωθεί... Την συμπεριλαμβάνουν μέσα στην ίδια τη δομή τους, στο ίδιο το γίγνεσθαι τους. Η αντίφαση προκαλεί κίνηση και ζωή και όχι τη άχαρη νέκρα και μονιμότητα των αξιωματικών «συνεπών», κλειστών συστημάτων. Προσπαθώντας να αποφύγουμε την αντίφαση και σφραγίζοντας τα συστήματα λογικής μας για χάρη της «συνέπειας», το μόνο που καταφέρνουμε είναι να παίζουμε ένα ευφυές παιχνίδι με τον εαυτό μας, αλλά μόνον ένα παιχνίδι. Δεν ανακαλύπτουμε στην πραγματικότητα τίποτα με τις «ανακαλύψεις» μας, όσο λειτουργικές και να είναι αυτές, όσο περίτεχνη και εντυπωσιακή και να είναι η τεχνολογία μας. Αν δεχόμασταν αξιωματικά ένα άλλο σύνολο «ευλόγων» αρχικών προτάσεων, θα μπορούσαμε να δομήσουμε ένα άλλο, «κλειστό» και αυτό σύστημα, με τη δική του συνέπεια και τα δικά του θεωρήματα, το οποίο **θα ήταν επίσης λειτουργικό και θα παρήγαγε τη δική του εντυπωσιακή τεχνολογία!**

Επινοούμε διαρκώς, ποτέ δεν ανακαλύπτουμε και το παράξενο είναι ότι η φύση μας βοηθά σε αυτό. Προσαρμόζεται στα τερτίπια μας και στις

εξηγήσεις μας και ω του θαύματος, σε κάποιο σημείο της αναζήτησής μας το θεωρητικό καθίσταται επίσης πρακτικό και λειτουργικό, ενισχύοντας την εμπιστοσύνη μας για τις «ορθές» μέχρι τώρα ερμηνείες και θεωρίες μας! Η επιβεβαίωση όμως αυτή δεν πρόκειται να διατηρηθεί ποτέ για μεγάλο διάστημα. Η φύση δε θα σταματήσει εδώ. Θα μας δείξει πως έχει και αυτή τη δυνατότητα που της προσδώσαμε, αλλά όχι μόνον αυτή. Περιλαμβάνει ακόμα και την άρνηση αυτής της δυνατότητας! Και το *Είναι* και το *Μη Είναι!* Αλίμονο, σιγά - σιγά θα αρχίσουν να εμφανίζονται ασυνέπειες και παραδοξότητες στο προηγούμενο κομψό κατασκευασμά μας, διασαλεύοντας την τάξη και οργάνωσή του που με τόσο κόπο δομήσαμε και περιφρουρήσαμε μέχρι τώρα.

Δεν μπορούμε όμως να αρνηθούμε τόσο εύκολα το δημιούργημά μας, το παιδί μας, την τεχνολογία μας, τη μέχρι τώρα κατανόησή μας. Αρχίζουμε αμέσως να αμελούμε και να παραβλέπουμε τις ασυνέπειες και τις αντιφάσεις που προβάλλουν στον ορίζοντα ή να της χώνουμε κάτω από το χαλί, για να μην τις δουν και άλλοι και βροντοφωνάξουν γι' αυτές, απαιτώντας την αναθεώρηση των ασυνεπών πια θεωριών μας. Οι ασυνέπειες όμως και οι αντιφάσεις συνεχώς μεγαλώνουν και δεν μπορούν να κρυφτούν πια κάτω από το χαλί. Έρχεται έτσι η ώρα της κρίσης, αλλά η αναθεώρηση ή η συντριβή του ασυνεπούς πια τεχνητού οικοδομήματός μας συνεχώς αναβάλλεται. Το μπαλώνουμε εδώ κι εκεί για να συνεχίσει να «φοριέται» μέχρι να λιώσει εντελώς και να αναγκαστούμε πια να το απορρίψουμε ...

Τι κρίμα! Τώρα που ήμασταν έτοιμοι να διεκδικήσουμε με υπερηφάνεια μια Θεωρία των Πάντων που θα εξηγούσε και θα πρόβλεπε τα πάντα, την ίδια την ουσία και λειτουργία της πραγματικότητας, μπήκε ο δαίμονας της αντίφασης μέσα στα συνεπή μέχρι τώρα συστήματά μας και τα κατέστρεψε!

Πάντα έτσι συμβαίνει και πάντα έτσι θα συμβαίνει, διότι η ασυνέπεια και η αντιφατικότητα δεν μπορούν να εξοβελιστούν από τη φύση, δεν μπορούν να της επιβληθούν από τους τεχνητούς κανόνες μας, όσο και να προσπαθήσουμε, όσο κομψή και περίτεχνη και να είναι η κατασκευή μας και όσο ευφυείς κι εκπαιδευμένοι και αν είμαστε στην αποφυγή των αντιφάσεων.

Όταν ρωτήθηκε ο Γκέντελ για το τι δίδαγμα προσφέρει το έργο του στην ανθρώπινη καθημερινότητα, απάντησε ως εξής: «Μια κοινωνία που προσπαθεί να λειτουργήσει αποκλειστικά και μόνον με βάση ορισμένους κανόνες, δε θα μπορέσει να επιλύσει ποτέ τα προβλήματα που της θέτει η ζωή».

Φοίβος